

# Architectures Analogiques Faible Bruit, Faible Tension

*Luc HEBRARD*

## PLAN DU COURS

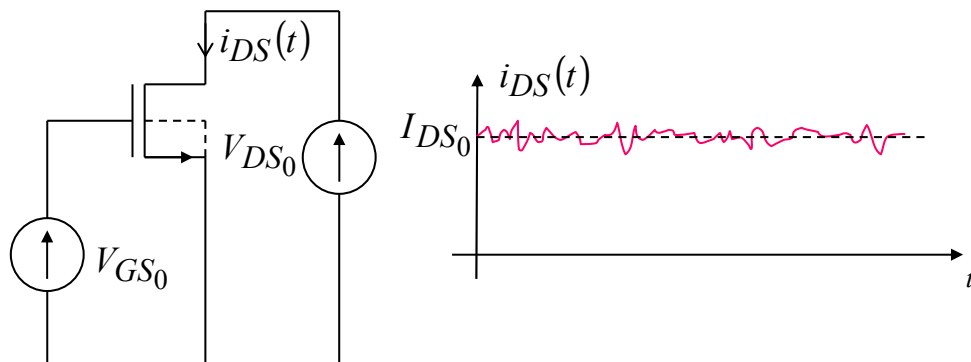
- **PARTIE I:** Architectures Analogiques Faible Bruit
  - I Bruit dans les circuits électroniques
  - II Etages de base (suite du TC)
  - III OTA Miller - Etude en Bruit
  - IV Techniques dynamiques de réduction du bruit
  - V Ampop totalement différentiel
- **PARTIE II:** Architectures Analogiques Faible Tension
  - I Généralités
  - II Etages cascodés
  - III Exemples d'ampop
  - IV Architectures à très faible tension d'alimentation

*suite*

## I. Bruit dans les circuits électroniques

### I.1. Description mathématique du bruit

Considérons un NMOS polarisé comme suit et regardons finement le courant  $i_{DS}$ . On constate qu'il fluctue autour de sa valeur moyenne  $I_{DS0}$  :

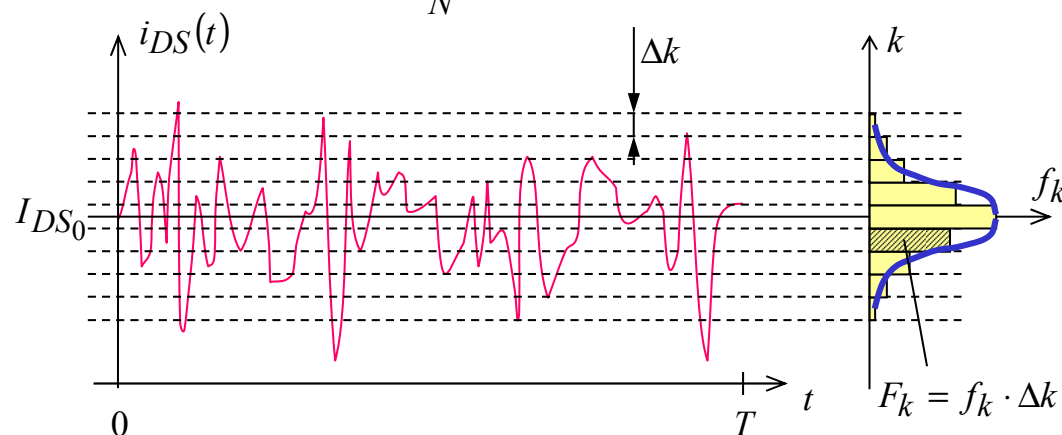


Ces fluctuations sont totalement aléatoires. Afin de prévoir ce qui peut se passer, il est nécessaire de regarder les propriétés statistiques que présentent ces fluctuations.

Si la durée  $T$  sur laquelle on regarde le signal  $i_{DS}(t)$  est suffisamment grande, l'ensemble des valeurs que  $i_{DS}$  peut prendre sont toutes atteintes. Découpons alors la dynamique sur laquelle peut varier  $i_{DS}$  (généralement  $\pm \infty$ ) en petits intervalles  $\Delta_k$  et regardons le nombre de fois  $n_k$  où le signal  $i_{DS}$  passe par le centre de l'intervalle  $\Delta_k$ .

Soit  $N = \sum_k n_k$  le nombre total de fois où  $i_{DS}(t)$  passe par le centre d'un des intervalles  $\Delta_k$  (nombre dépendant du découpage en intervalles réalisé et de la durée d'observation  $T$ ). On trace alors l'histogramme  $f_k$  de la répartition du nombre de fois où ces valeurs sont atteintes :

$$F_k = \frac{n_k}{N} \quad \text{et} \quad F_k = f_k \cdot \Delta k$$



$F_k$  représente la probabilité pour que  $i_{DS}$  prenne la valeur égale au centre de l'intervalle  $\Delta k$ . On a bien sûr :

$$\sum_k F_k = 1$$

En prenant des intervalles  $\Delta k$  de plus en plus petits, i.e. en passant à la limite  $k \rightarrow \infty$ , on obtient la distribution de probabilité  $f(x)$  du processus physique associé aux fluctuations de  $i_{DS}$  :

$$\lim_{k \rightarrow \infty} f_k = f(x) \quad \text{et} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot dx = 1$$

représente la probabilité pour que le courant  $i_{DS}$  soit compris entre  $x$  et  $x+dx$ .

La loi statistique  $f(x)$  est caractéristique du processus physique à l'origine des fluctuations de  $i_{DS}$ . Par exemple, ce peut être le mouvement brownien des porteurs du courant dû à leur agitation thermique...

Remarque : Ceci veut dire qu'à un instant  $t$  quelconque, on ne peut connaître la valeur exacte de  $i_{DS}$ . On peut juste calculer la probabilité qu'il a d'être à  $\pm$  « quelque chose » de sa valeur moyenne  $I_{DS0}$ .

A priori, rien ne permet d'affirmer que la loi  $f(x)$  est indépendante de l'instant  $t$  où l'on regarde les choses, en d'autres termes que la loi statistique du processus fluctuant ne dépend pas du temps! Cependant dans la description donnée ici, où l'on ne regarde qu'une réalisation temporelle du processus sur une durée  $T$  et où l'on calcule  $f(x)$  à partir des valeurs par lesquelles est passé  $i_{DS}$ , on suppose implicitement que  $f(x)$  ne dépend pas du temps (**processus stationnaire**) et que les moyennes statistiques réalisées à partir d'une réalisation temporelle du processus sont bien caractéristiques du processus physique (**processus ergodique**).

Nous supposons par la suite que les processus physiques en jeu dans les composants électroniques sont à la fois stationnaires et ergodiques (l'expérience montre que cette hypothèse est tout à fait réaliste). Dans ce cas, on a :

### • Valeur moyenne

$$\langle i_{DS} \rangle = I_{DS0} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i_{DS}(t) \cdot dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) \cdot dx$$

La valeur moyenne (d'ordre 1) ne caractérise en rien le processus fluctuant. Elle donne la valeur moyenne du courant, i.e. sa valeur déterministe.



Il faut donc considérer des moyennes d'ordre supérieur pour caractériser le bruit.

Pour la suite, il est inutile de compliquer l'écriture des équations en conservant une valeur non nulle pour la moyenne d'ordre 1. Nous allons donc centrer le signal par rapport à sa moyenne :

$$i_{ds} = i_{DS} - I_{DS0}$$

### • Fonction d'autocorrélation - Puissance moyenne de bruit

On compare  $i_{ds}(t)$  à  $i_{ds}(t-\tau)$ , décalage du *même* signal d'un temps  $\tau$ , d'où le nom de fonction *d'autocorrélation*.

$$C_{ii}(\tau) = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i_{ds}(t) \cdot i_{ds}(t - \tau) \cdot dt$$

On constate que  $C_{ii}(0)$  représente la puissance moyenne du signal :

$$C_{ii}(0) = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i_{ds}^2(t) \cdot dt = \langle P_{i_{ds}} \rangle$$

*Puissance moyenne de bruit*

### • Densité spectrale de puissance de bruit

En prenant la transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation, on obtient par définition :

$$\mathfrak{F}\{C_{ii}(\tau)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} C_{ii}(\tau) \cdot e^{-j2\pi f\tau} d\tau = S_{i_{ds}}(f)$$

Soit en prenant la transformée inverse :

$$\mathfrak{F}^{-1}\{S_{i_{ds}}(f)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{i_{ds}}(f) \cdot e^{j2\pi f\tau} df = C_{ii}(\tau)$$

En particulier :

$$\mathfrak{F}^{-1}\{S_{i_{ds}}(f)\}_{\tau=0} = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{i_{ds}}(f) \cdot df = C_{ii}(0) = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i_{ds}^2(t) \cdot dt = \langle P_{i_{ds}} \rangle$$

*Densité spectrale de puissance de bruit*

N.B.: En toute rigueur, il faudrait dire que  $S_{i_{ds}}(f)$  représente la densité spectrale de puissance moyenne de bruit.

→  $S_{i_{ds}}(f)$  représente la répartition en fréquence des fluctuations du courant  $i_{DS}$  autour de  $I_{DS0}$ .

Remarque : On note très souvent la densité spectrale de courant de bruit par

$$\overline{i_{ds}^2} = S_{i_{DS}}(f)$$

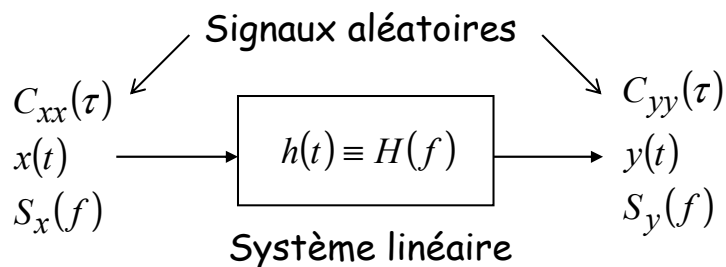
### • Niveau rms de bruit

On définit alors le niveau rms de bruit par :

$$\sigma = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} S_{i_{ds}}(f) \cdot df} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i_{ds}^2(t) \cdot dt} = \sqrt{\langle P_{i_{ds}} \rangle}$$

### • Bruit et systèmes linéaires

Les bruits étant toujours des signaux très petits, nous regardons ce qui se passe autour du point de polarisation lorsque ces très petits signaux sont présents. Cependant, puisque nous ne connaissons que les caractéristiques statistiques de ces signaux (ce ne sont pas des signaux déterministes), il est nécessaire de savoir comment se transforment de tels signaux lorsqu'ils traversent un système linéaire.



$h(t)$  : Réponse impulsionnelle du système linéaire

$H(f) = \mathcal{F}\{h(t)\}$  : Fonction de transfert du système linéaire

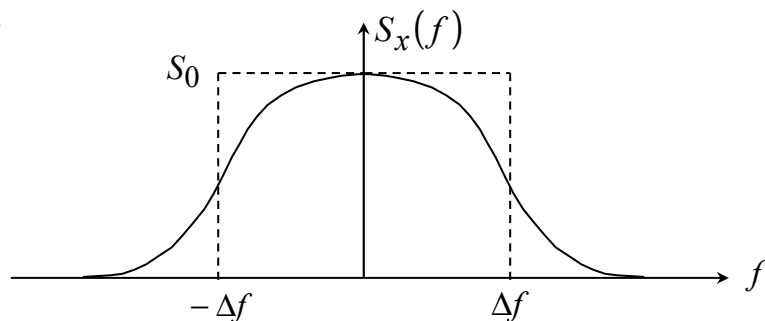
En fait, on montre (c.f. RP-O4) que si les signaux aléatoires sont *stationnaires et ergodiques* (ce que l'on suppose toujours), on a :

$$S_y(f) = |H(f)|^2 \cdot S_x(f)$$

Gain en puissance

### • Bande passante équivalente de bruit

Considérons un signal stochastique de densité spectrale  $S_x(f)$  :



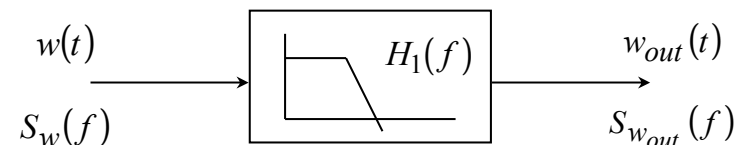
La puissance moyenne de ce signal est :

$$P_x = \int_{-\infty}^{+\infty} S_x(f) \cdot df = S_0 \times 2 \cdot \Delta f$$

Bande passante équivalente de bruit

### Exemple

Bruit blanc filtré par un passe-bas du premier ordre



$$H_1(f) = \frac{1}{1 + j \cdot \frac{f}{f_c}} \Rightarrow S_{w_{out}}(f) = \frac{W_0}{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}$$

où  $W_0 = S_w(f = 0)$

La puissance de bruit en sortie du filtre est donnée par :

$$P_{w_{out}} = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{w_{out}}(f) \cdot df = W_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2} \cdot df = 2 \cdot W_0 \cdot f_c \cdot \underbrace{\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1 + x^2}}_{\pi/2}$$

$$P_{w_{out}} = 2 \cdot S_0 \cdot f_c \cdot \frac{\pi}{2} = 2 \cdot S_0 \cdot \Delta f \Rightarrow \Delta f = \frac{\pi}{2} \cdot f_c$$

## I.2. Modèle de bruit des composants élémentaires

### • Bruit thermique - Résistance

Considérons une résistance et regardons la tension à ses bornes :



Le bruit thermique est lié à l'agitation thermique des porteurs du courant (électrons par ex.). Les électrons peuvent être vus comme un gaz parfait. Lorsque le système est en équilibre thermique, on montre que la dsp de bruit en tension aux bornes de la résistance  $R$  est donnée par :

$$S_v(f) = 2 \cdot k \cdot T \cdot R \cdot \frac{1}{1 + (2 \cdot \pi \cdot f \cdot \tau_0)^2}$$

où  $\tau_0$  représente la durée moyenne entre deux collisions des porteurs (temps de relaxation).

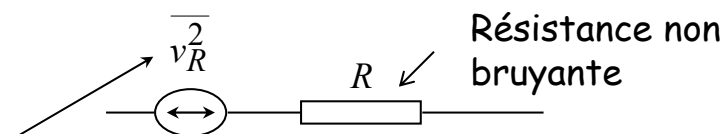
Dans le silicium,  $\tau_0 \approx \text{ps}$ , ainsi, pour les fréquences habituelles, **le bruit thermique des résistances peut être considéré comme un bruit blanc** :

$$S_v(f) = 2 \cdot k \cdot T \cdot R \longrightarrow \text{densité spectrale bilatérale de puissance de bruit thermique}$$

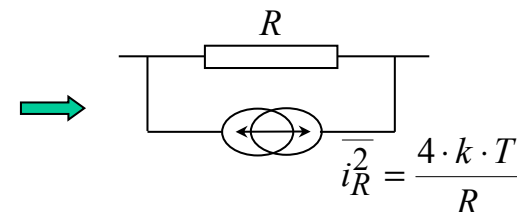
La densité spectrale de puissance étant paire pour des signaux à valeurs réelles, on ne considère en général que les fréquences positives et la densité spectrale de puissance de bruit thermique **unilatérale** s'exprime par :

$$S_v(f) = 4 \cdot k \cdot T \cdot R$$

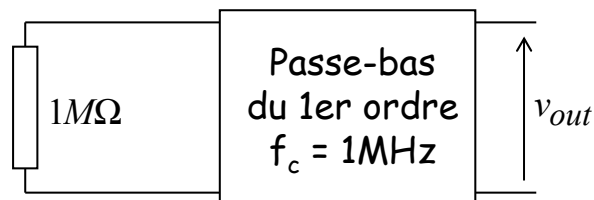
### ➔ Modèle de bruit thermique associé à une résistance :



ou ce qui est encore équivalent :



### Exemple numérique :



$$P_{v_{out}}^2 = 4 \cdot k \cdot T \cdot R \cdot f_c \cdot \frac{\pi}{2} = 4 \times 25 \cdot 10^{-3} \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 10^6 \times \frac{\pi}{2} \times 10^6$$

$$P_{v_{out}}^2 = 1,6 \times \frac{\pi}{2} \times 10^{-8} = 2,5 \cdot 10^{-8} V^2 \Rightarrow v_{out_{RMS}} = 158 \mu V$$

### • Bruit de grenaille - Diode

Considérons une jonction PN polarisée par un courant  $I_0$ . Les porteurs traversent la barrière de potentiel associée à la jonction de façon aléatoire, en suivant une loi de Poisson.

Ce processus aléatoire entraîne un courant de bruit dont la dsp s'exprime par :

$$S_I(f) = q \cdot (I_0 + 2 \cdot I_S) \cdot \sin^2(\pi \cdot f \cdot \tau_t) \approx q \cdot (I_0 + 2 \cdot I_S)$$

↑  
pour  $f \ll \frac{1}{\pi \cdot \tau_t} \approx 100 \text{ GHz}$

$I_S$  : courant de saturation de la diode

$\tau_t$  : temps de transit des porteurs à travers la jonction

$$S_I(f) = q \cdot (I + 2 \cdot I_S) \quad \text{ou} \quad S_I(f) = 2 \cdot q \cdot (I + 2 \cdot I_S)$$

Densité spectrale bilatérale      Densité spectrale unilatérale

→ Le bruit de grenaille est un bruit blanc aux fréquences usuelles.

### • Bruit en 1/f

On le trouve dans tous les composants, plus ou moins marqué. Ce bruit est caractérisé par une densité spectrale de puissance du type :

$$S_{1/f}(f) = \frac{K}{|f|^\alpha} \quad \text{avec} \quad 0 < \alpha < 1$$

N.B. :  $\alpha$  est très souvent proche de 1, d'où le nom de bruit en 1/f.

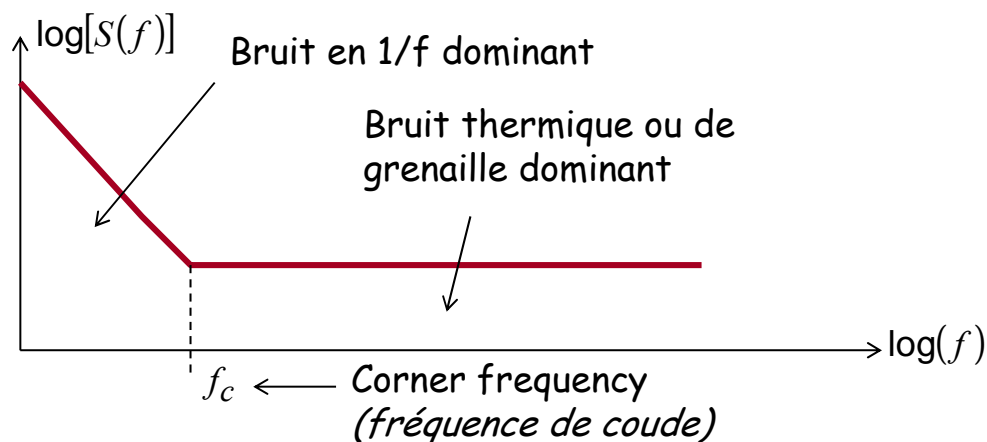
Le bruit en 1/f caractérise la qualité du matériau conducteur. Meilleure cette qualité, plus faible sera le bruit en 1/f



En pratique, on remarque que :

- K dépend très souvent du courant de polarisation
- le bruit en  $1/f$  ne dépend pas de la température
- le bruit en  $1/f$  est toujours plus élevé lorsque la conduction a lieu à une interface plutôt que dans le volume
- le bruit en  $1/f$  est généralement inversement proportionnel à la taille du composant

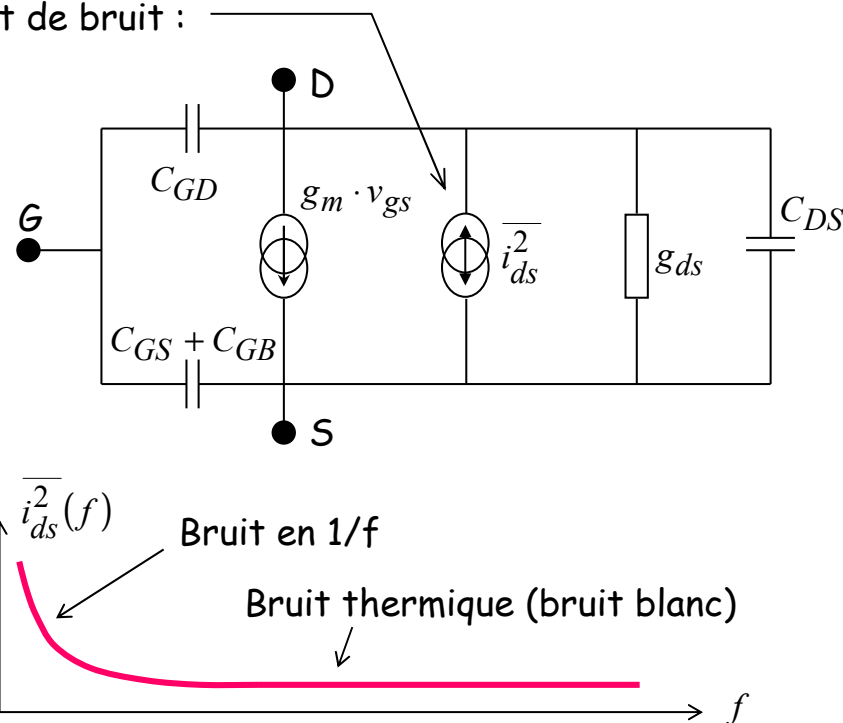
➔ Ainsi, quelque soit le composant, la densité spectrale de puissance de bruit aura toujours l'allure suivante :



**N.B.:** La puissance moyenne de bruit en  $1/f$  associée à une bande de fréquences démarrant du continu est infinie!

### • Bruit dans un transistor MOS

Les bruits étant toujours des signaux de très petites amplitudes se superposant aux valeurs moyennes déterministes représentant un point de polarisation, le modèle de bruit d'un composant actif consiste à ajouter au modèle petits signaux une source de bruit caractérisée par sa dsp (densité spectrale de puissance de bruit). Dans le cas du transistor MOS, au courant déterministe  $i_{DS}$  s'ajoute un courant de bruit :





$$\overline{i_{ds}^2}(f) = \overline{i_{th}^2} + \overline{i_{1/f}^2}$$

$\uparrow$                        $\uparrow$   
 Bruit thermique    Bruit en 1/f

### • Bruit thermique :

Dans l'hypothèse du **LEVEL1**, si le TMOS est en **régime saturé**, on a :

$$\overline{i_{th}^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot \frac{2}{3} \cdot g_m = \frac{8}{3} \cdot k \cdot T \cdot g_m$$

#### Remarques :

- 1) Cette expression n'est pas valable en régime linéaire. Si elle l'était, elle conduirait à un bruit thermique nul pour  $V_{DS}=0$ , ce qui n'est pas physique!
- 2) En toute rigueur (c.f. modèle EKV), on montre que si le TMOS est en mode d'inversion forte (c.f. RP-O4) :

$$\overline{i_{th}^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot \begin{cases} g_{mS} & \text{en conduction} \\ \frac{2}{3} \cdot g_{mS} & \text{en saturation} \end{cases}$$

où  $g_{mS} = \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{SB}}$  ← Transconductance de source

facteur de pente (c.f. EKV)

**NB.:** En saturation,  $g_{mS} = n \cdot g_m$  et les hypothèses simplificatrices du LEVEL1 reviennent à dire  $n=1$ !

En réalité,  $n$  est souvent proche de 1,5 (pour  $V_{GS}-V_{TH}$  compris entre 100 et 500mV). Ainsi, bien que la plupart des livres ou articles scientifiques parlant de conception utilise l'expression historique  $8/3kTg_m$ , il serait plus réaliste d'utiliser l'expression :

$$\overline{i_{th}^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot g_m$$

lorsque le TMOS est en **inversion forte et en régime saturé**.

**N.B.:** En raison du fait que la valeur  $8/3.k.T.g_m$  est la plus usitée, nous l'utiliserons par la suite!

3) En inversion faible, on a

$$\overline{i_{th}^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot \begin{cases} g_{mS} & \text{avec } V_{DS} \approx 0 \text{ (régime de conduction)} \\ \frac{g_{mS}}{2} & \text{avec } V_{DS} \gg \frac{kT}{q} \text{ (régime saturé)} \end{cases}$$

avec  $g_{mS} = \frac{I_F}{kT/q}$  où  $I_F$  représente le courant  $I_{DS}$  en saturation.

### Bruit en 1/f dans le TMOS :

Aucun modèle ne s'impose réellement, le plus utilisé étant de considérer que les fluctuations proviennent des fluctuations de la quantité de porteurs dues aux piègeages aléatoires de ces derniers par les états d'interfaces et les défauts. On montre alors que l'on a :

$$\overline{i_{1/f}^2} = \frac{N_p \cdot I_{DS}^2 \cdot q^4}{W \cdot L \cdot n^2 \cdot C_{ox}^2 \cdot k^2 \cdot T^2} \cdot \frac{1}{f} \Rightarrow \propto \frac{I_{DS}^2}{W \cdot L} \text{ en inversion faible}$$

$$\overline{i_{1/f}^2} = \frac{q^2 \cdot N_p \cdot I_{DS}}{2 \cdot L^2 \cdot C_{ox}} \cdot \frac{1}{f} \Rightarrow \propto \frac{I_{DS}}{L^2} \text{ en inversion forte}$$

$N_p$  représentant le nombre de pièges par unité de surface.

De manière générale, le bruit en  $1/f$  est proportionnel au courant de polarisation  $I_{DS}^{AF}$  où  $1 < AF < 2$ , et est inversement proportionnel à  $WL$  où à  $L^2$  selon que le transistor est en inversion faible ou forte. En inversion modérée, la situation est intermédiaire. Ainsi, un modèle simple et souvent utilisé pour le calcul manuel, voire en simulation, est le suivant :

$$\overline{i_{1/f}^2} = \frac{KF_{wi} \cdot I_{DS}^{AF_{wi}}}{C_{ox} \cdot W \cdot L \cdot f} \text{ en inversion faible (weak inversion)}$$

$$\overline{i_{1/f}^2} = \frac{KF_{si} \cdot I_{DS}^{AF_{si}}}{C_{ox} \cdot L^2 \cdot f} \text{ en inversion forte (strong inversion)}$$

N.B.: Le modèle implémenté dans le simulateur que nous utiliserons est plus compliqué. Néanmoins, pour le calcul manuel nous prendrons le modèle ci-dessus. Les paramètres  $KF$  et  $AF$  n'étant pas donnés par le fondeur, on les a « mesurés » par simulation !

### I.3. Signification pratique du bruit

La physique statistique permet de montrer que la distribution des vitesses des électrons de conduction qui se déplacent en raison de l'agitation thermique suit une loi de Maxwell, qui n'est rien d'autre qu'une loi de Gauss, appelée aussi loi normale. De même, le processus de Poisson converge vers une loi normale lorsque le nombre d'événements par seconde est grand, ce qui est le cas pour le courant d'une diode (nb d'électrons traversant la jonction par seconde). De manière générale, lorsqu'une erreur (variable aléatoire) dépend d'un grand nombre de causes indépendantes dont les effets s'additionnent et dont aucun n'est prépondérant, sa loi statistique converge vers une loi normale (Théorème central limite), i.e. une loi de Gauss.



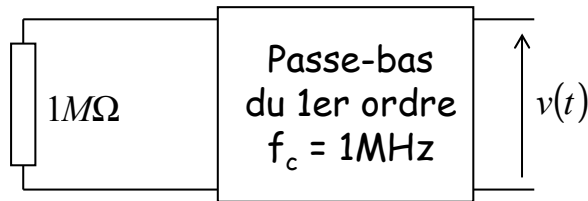
Les processus physiques en jeu dans la plupart des composants élémentaires suivent une loi normale (ou loi de Gauss).

Or, un processus gaussien  $P(x)$  est entièrement caractérisé par sa moyenne  $m$  et son écart-type  $\sigma$ , et l'on a :

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma}} \cdot e^{-\frac{(x-m)^2}{2 \cdot \sigma^2}} \Rightarrow \int_{-\sigma}^{+\sigma} P(x) \cdot dx = 0,68$$

avec  $\int_{-\sigma}^{+\sigma} x \cdot P(x) \cdot dx = m$  et  $\int_{-\sigma}^{+\sigma} x^2 \cdot P(x) \cdot dx = \sigma^2$

Par exemple, en échantillonnant le signal  $v(t)$  en sortie du filtre passe-bas de 1MHz sur lequel était branché en entrée une résistance de  $1M\Omega$ , on peut dire qu'il y a 68% de chance pour que l'échantillon soit à  $\pm 158\mu V$  du signal déterministe en sortie du filtre, qui est ici de 0V puisqu'il n'y a pas de courant dans la résistance !

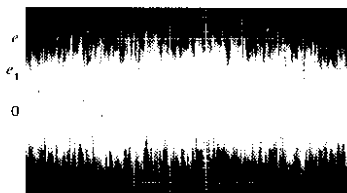


$$\langle P_v \rangle = \overline{v^2} = 4 \times k \cdot T \times R \times \Delta f$$

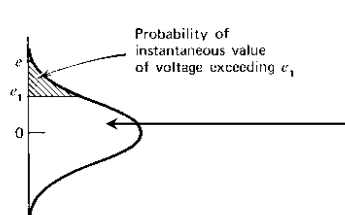
$$= 4 \times 25.10^{-3} \times 1.6.10^{-19} \times 1.10^6 \times 1.10^6 \times \frac{\pi}{2}$$

$$= 2.5.10^{-8} = 25nV^2$$

$$v_{rms} = \sqrt{\overline{v^2}} = 158\mu V$$



Time



## I.4. Techniques de calcul de bruit

### • Addition des bruits :

Supposons que  $v_1(t)$  et  $v_2(t)$  sont deux signaux de bruit issus de sources différentes (composants élémentaires différents) et qu'un dispositif électronique nous fournisse le signal  $w(t) = v_1(t) + v_2(t)$ . D'autre part, les bruits sont considérés parfaitement aléatoires (moyenne nulle) stationnaires et ergodiques.

Le signal  $w(t)$  est évidemment parfaitement aléatoire, stationnaire et ergodique. Sa puissance moyenne s'écrit alors :

$$\langle P_w \rangle = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T w^2(t) \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T (v_1 + v_2)^2 \cdot dt$$

$$\langle P_w \rangle = \underbrace{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T v_1^2 \cdot dt}_{E[v_1(t)] \forall t} + \underbrace{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T v_2^2 \cdot dt}_{E[v_2(t)] \forall t} + \underbrace{\frac{2}{T} \cdot \int_0^T v_1 \cdot v_2 \cdot dt}_{E[v_1(t) \cdot v_2(t)] = 0, \forall t}$$

car les signaux  
sont ergodiques

car les signaux  
sont stationnaires

car  $v_1$  et  $v_2$  sont  
indépendants

$$\Rightarrow \langle P_w \rangle = \langle P_{v_1} \rangle + \langle P_{v_2} \rangle$$

$$\begin{aligned}\langle P_w \rangle &= \int_{-\infty}^{+\infty} S_{v_1}(f) \cdot df + \int_{-\infty}^{+\infty} S_{v_2}(f) \cdot df \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} [S_{v_1}(f) + S_{v_2}(f)] \cdot df = \int_{-\infty}^{+\infty} S_w(f) \cdot df\end{aligned}$$

➡ La puissance moyenne de bruit de la somme de deux signaux de bruit indépendants est égale à la somme des puissances des bruits primaires.

➡ La densité spectrale de puissance de bruit de la somme de deux bruits indépendants est la somme des dsp des bruits primaires.

N.B.: Si les deux signaux de bruit ne sont pas indépendants, il faut rajouter la transformée de Fourier de la fonction de corrélation des deux signaux :

$$S_w(f) = S_{v_1}(f) + S_{v_2}(f) + 2 \cdot \Re[S_{v_1 v_2}(f)]$$

**Remarque:** Les conclusions précédentes s'appliquent que les bruits soient gaussiens ou non. Toutefois, s'ils sont gaussiens (cas général), le bruit  $w(t)$  est aussi gaussien.

En effet, supposons que nous ayons deux grandeurs indépendantes  $x$  et  $y$  qui suivent une loi normale de paramètres respectifs  $X, \sigma_x$  et  $Y, \sigma_y$ . On suppose  $X$  et  $Y$  nulles ce qui n'enlève rien à la généralité de la démonstration.

On a :

$$P(x) \propto \exp\left(-\frac{x^2}{2 \cdot \sigma_x^2}\right)$$

Probabilité d'obtenir  $x$  à  $dx$  près

proportionnelle à

De même :

$$P(y) \propto \exp\left(-\frac{y^2}{2 \cdot \sigma_y^2}\right)$$

Les variables  $x$  et  $y$  étant indépendantes, la probabilité d'obtenir simultanément  $x$  et  $y$  est donnée par le produit des probabilités d'obtenir individuellement  $x$  et  $y$  :

$$P(x, y) \propto \exp\left[-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2}\right)\right]$$

$$\text{Or, } \frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2} = \frac{(x+y)^2}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} + \frac{(\sigma_y^2 \cdot x - \sigma_x^2 \cdot y)}{\sigma_x^2 \cdot \sigma_y^2 \cdot (\sigma_x^2 + \sigma_y^2)} = \frac{s^2}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} + z^2$$

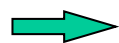
Ainsi, la probabilité d'obtenir des valeurs données de  $x$  et  $y$  équivaut à celle d'obtenir des valeurs données de  $s = x + y$  et de  $z$ .

$$P(s, z) \propto \exp\left(-\frac{s^2}{2 \cdot (\sigma_x^2 + \sigma_y^2)} - \frac{z^2}{2}\right) = \exp\left(-\frac{s^2}{2 \cdot (\sigma_x^2 + \sigma_y^2)}\right) \cdot \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)$$

Désirant uniquement la probabilité d'obtenir une valeur donnée de  $s$ , quelque soit celle de  $z$ , on intègre  $P(s,z)$  sur toutes les valeurs possibles de  $z$  :

$$P(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(s,z) \cdot dz \propto \exp\left(-\frac{s^2}{2 \cdot (\sigma_x^2 + \sigma_y^2)}\right) \cdot \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) \cdot dz}_{\sqrt{2 \cdot \pi}}$$

$$\Rightarrow P(x+y) \propto \exp\left(-\frac{(x+y)^2}{2 \cdot (\sigma_x^2 + \sigma_y^2)}\right)$$

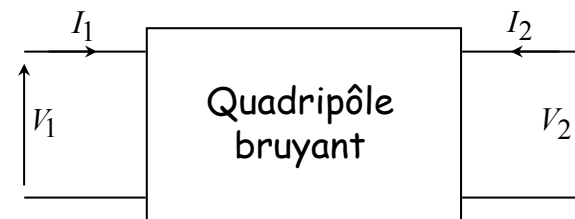


La somme  $x + y$  suit une loi normale  
d'écart - type :  $\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$

N.B. Le résultats précédents se généralisent à la somme de plusieurs variables aléatoires indépendantes suivant une loi normale

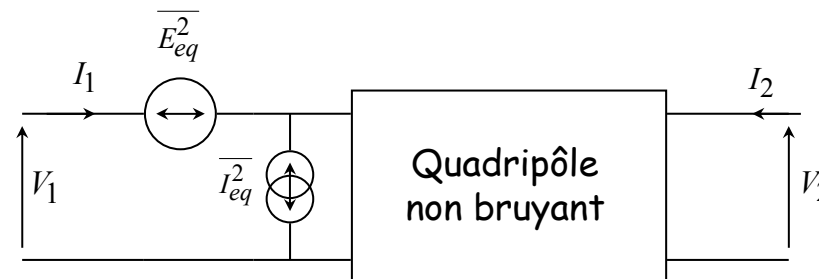
### • Quadripôle :

On travaille le plus souvent à partir de quadripôles constitués de résistances, transrésistances, capacités, transconductances et de sources de tension (ou courant) commandées par des tension (ou courant). Lorsque l'on considère en plus le bruit, se rajoutent des sources de bruit en courant ou en tension définies par leur dsp.



Par généralisation du théorème de Thévenin, on montre qu'il est toujours possible de modéliser ce système par un quadripôle non bruyant avec deux sources de bruit. Ces sources de bruit peuvent être placées aux deux extrémités du quadripôle ou à l'une des extrémités.

En général, on les place toutes deux à l'entrée du quadripôle. Ceci permet de comparer facilement le bruit dû au quadripôle avec le bruit dû à la source placée en entrée du quadripôle, source qui se trouve être la plupart du temps un capteur lorsque l'on s'inquiète des problèmes de bruit! On a alors :

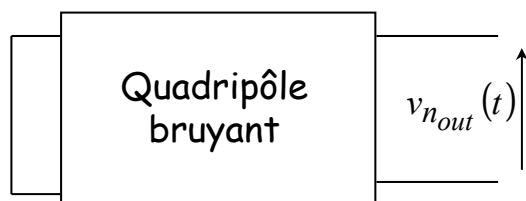


### • Calcul des sources de bruit équivalentes pour un quadripôle

$V_1 = 0 \Rightarrow \overline{V_{N_{out}}^2}$  est le bruit en sortie dû à  $\overline{E_{eq}^2}$

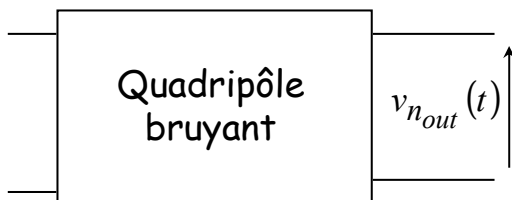
$I_1 = 0 \Rightarrow \overline{V_{N_{out}}^2}$  est le bruit en sortie dû à  $\overline{I_{eq}^2}$

On calcule en sortie la dsp de tension de bruit pour chaque condition ( $V_1=0$  ;  $I_1=0$ ) puis on divise par le module au carré de la fonction de transfert en tension ou la transrésistance du quadripôle :



$$\overline{E_{eq}^2}(f) = \frac{\overline{V_{N_{out}}^2}}{|A_v(f)|^2}$$

$A_v(f) = \frac{V_2}{V_1}$  : Fonction de transfert du quadripôle



$$\overline{I_{eq}^2}(f) = \frac{\overline{V_{N_{out}}^2}}{|R(f)|^2}$$

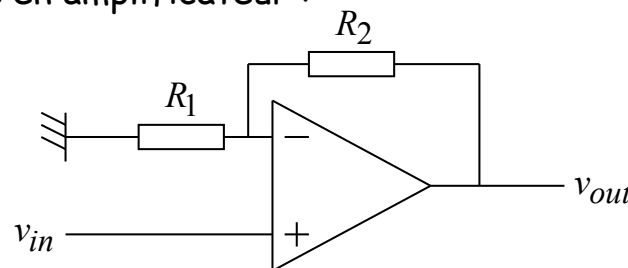
$R(f) = \frac{V_2}{I_1}$  : Transrésistance du quadripôle

Remarque : Le calcul de  $E_{eq}$  et  $I_{eq}$  fait en général intervenir certaines sources de bruit communes. Les bruits  $E_{eq}$  et  $I_{eq}$  sont donc généralement corrélés ! En pratique, il est souvent difficile de tenir compte de la corrélation, surtout par calcul manuel!

Nous verrons d'autre part qu'avec les technologies CMOS, le bruit  $I_{eq}$  est négligeable aux fréquences usuelles de fonctionnement des capteurs (basses fréquences). Il n'y a donc plus de problème de corrélation puisque l'on peut alors négliger  $I_{eq}$ .

### • Calcul de bruit dans des systèmes à base de quadripôles

Le plus simple est d'utiliser un exemple. Considérons un AOP monté en amplificateur :

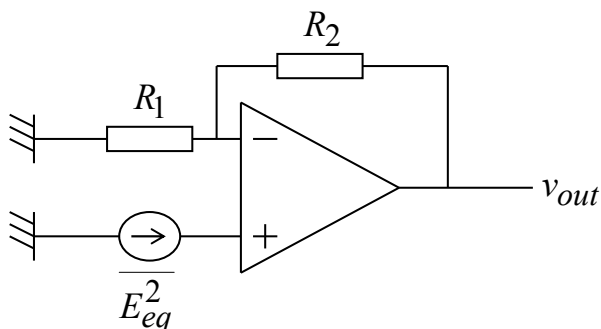


Le bruit de l'AOP est modélisé par une seule source  $E_{eq}$  ramenée à l'entrée, la source  $I_{eq}$  étant négligée (c.f. ci-dessus). D'autre part, les résistances  $R_1$  et  $R_2$  ne présentent que du bruit thermique.



### a) Calcul du bruit en sortie de l'amplificateur

Les sources de bruit étant indépendantes, nous allons calculer la contribution de chacune en sortie.



#### • Contribution de l'AOP

Pour simplifier le calcul, on suppose l'AOP parfait, sauf qu'il est bruyant! Dans ce cas, le gain entre la source de tension  $E_{eq}$  et la sortie est donné par  $1 + R_2/R_1$ . Par conséquent, la dsp de tension de bruit en sortie dû à l'AOP est donnée par :

$$\overline{v_{AOP_{out}}^2} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)^2 \cdot \overline{E_{eq}^2}$$

#### Exercices :

1) Montrez que l'on arrive au même résultat que la source de bruit  $E_{eq}$  soit placée sur l'entrée + ou sur l'entrée - de l'AOP.

2) Montrez que si l'on suppose l'AOP comme un système du premier ordre, i.e. que sa fonction de transfert est donnée par :

$$A_v(f) = \frac{v_{out}}{\varepsilon} = \frac{A_{v0}}{1 + j \cdot \frac{f}{f_c}}$$

la dsp de bruit en sortie est donnée par :

$$\overline{v_{AOP_{out}}^2} \approx \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)^2 \cdot \frac{1}{\left(1 + j \cdot \frac{f}{f_c \cdot A_{v0} \cdot R_1 / (R_1 + R_2)}\right)^2} \cdot \overline{E_{eq}^2}$$

et en déduire que si  $E_{eq}$  est un bruit thermique, la puissance moyenne de bruit en sortie est indépendante de la fréquence de coupure  $f_c$ , mais est directement liée au GBW de l'AOP :

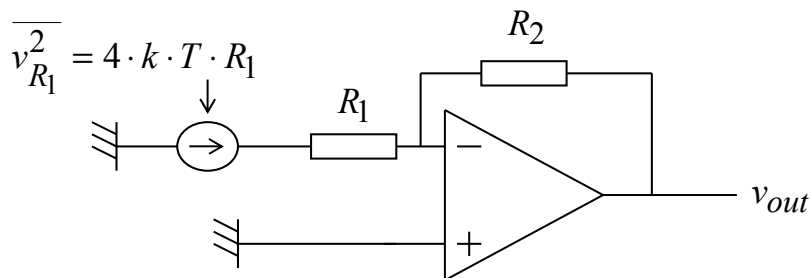
$$\langle \overline{v_{AOP_{out}}^2} \rangle = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \overline{E_{eq}^2} \cdot GBW \cdot \frac{\pi}{2}$$

#### • Contribution de $R_1$

Le gain entre la source de bruit  $v_{R1}$  et la sortie vaut  $-R_2/R_1$ . Par conséquent :

$$\overline{v_{R1_{out}}^2} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \cdot 4 \cdot k \cdot T \cdot R_1$$

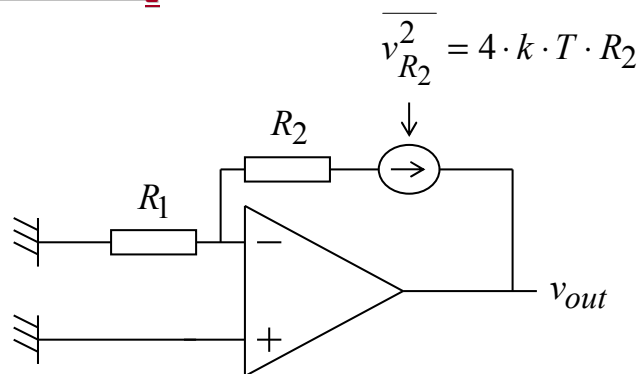




**Exercice :** Montrez que si l'AOP est un système du 1er ordre, la contribution de  $R_1$  en sortie est donnée par :

$$\overline{v_{R1out}^2} = \left( \frac{R_2}{R_1} \right)^2 \cdot \frac{1}{\left( 1 + j \cdot \frac{f}{f_c \cdot A_{v0} \cdot R_1 / (R_1 + R_2)} \right)} \cdot 4 \cdot k \cdot T \cdot R_1$$

### • Contribution de $R_2$



L'entrée  $v_-$  étant à la masse ( $\varepsilon = 0$ ), le courant dans  $R_1$  est nul, ainsi que dans  $R_2$ . Par conséquent,

$$\overline{v_{R2out}^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot R_2$$

**Exercice :** Calculez la dsp de bruit dû à  $R_2$  en sortie si l'AOP est un système du 1er ordre.

### • Bruit total en sortie

Les sources de bruit étant indépendantes, la dsp de bruit total en sortie est donnée par la somme des dsp individuelles :

$$\overline{v_{TOTALout}^2} = \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)^2 \cdot \overline{E_{eq}^2} + 4 \cdot k \cdot T \cdot \left[ \left( \frac{R_2}{R_1} \right)^2 \cdot R_1 + R_2 \right]$$

### b) Calcul du bruit de l'amplificateur ramené en entrée

Le gain entre l'entrée et la sortie est donné par  $1 + R_2/R_1$ . Par conséquent, le bruit ramené à l'entrée est donné par :

$$\overline{v_{inAMPLIeq}^2} = \frac{\overline{v_{TOTALout}^2}}{\left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)^2} = \overline{E_{eq}^2} + \frac{4 \cdot k \cdot T \cdot \left[ \left( \frac{R_2}{R_1} \right)^2 \cdot R_1 + R_2 \right]}{\left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)^2}$$

$$\overline{v_{inAMPLI_{eq}}^2} = \overline{E_{eq}^2} + 4 \cdot k \cdot T \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

C'est par cette méthode que l'ingénieur système détermine les niveaux de bruit en entrée que devront présenter les sous-systèmes (ici l'amplificateur) du système intégré global à concevoir pour que ce dernier fonctionne selon le cahier des charges requis. Ceci lui permet d'affecter à chaque amplificateur opérationnel à concevoir le niveau de bruit en entrée  $E_{eq}$  qu'il devra ne pas dépasser.

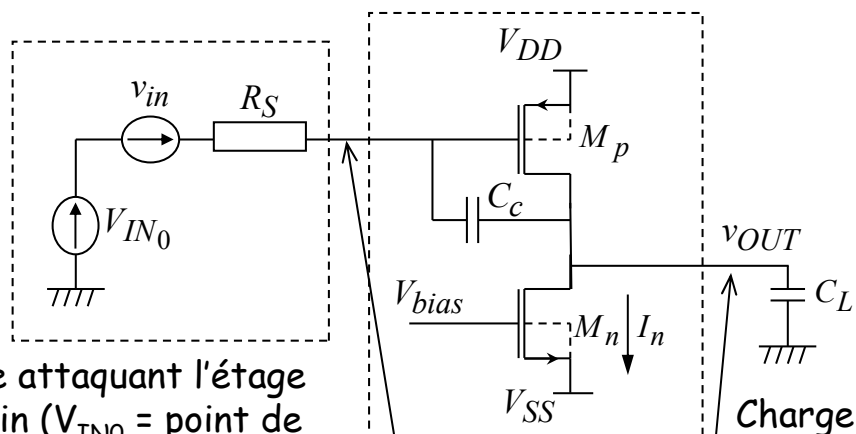
De son côté le concepteur d'amplificateur opérationnel doit déterminer l'équation de design donnant  $E_{eq}$  en fonction des  $W/L$  et des courants de polarisation dans les transistors pour la topologie d'ampop envisagée. C'est ce que nous allons faire pour chacun des étages de base que nous allons maintenant étudier, puis ensuite pour un OTA Miller, i.e. un ampop complet.

*suite*

## II. Etages de base (suite du TC)

### II.1. Rappels sur les étages vus en TC et étude en bruit de ces étages

#### II.1.1. Etage de gain



Etage attaquant l'étage de gain ( $V_{IN0}$  = point de polarisation en entrée,  $v_{in}$  est la tension variationnelle en entrée, et  $R_S$  sa résistance de sortie.

Etage de gain  
Pôle dominant  $p_d$ .  
Pôle non dominant  $p_{nd}$ .

#### Point de polarisation en entrée :

$$V_{IN0} = V_{GS_p} + V_{DD} = V_{DD} - \sqrt{\frac{2 \cdot I_n}{K P_p \cdot W_p / L_p}} + V_{T_p}$$

#### Dynamique de sortie :

$$OUT_+ = V_{DD} + V_{DS_{sat}}(M_p) = V_{DD} - \sqrt{\frac{2 \cdot I_n}{K P_p \cdot W_p / L_p}}$$

$$OUT_- = V_{SS} + V_{DS_{sat}}(M_n) = V_{SS} + \sqrt{\frac{2 \cdot I_n}{K P_n \cdot W_n / L_n}}$$

#### Gain statique :

$$A_{v0} = -\frac{g_{m_p}}{g_{ds_n} + g_{ds_p}} = -\frac{\sqrt{2 \cdot K P_p \cdot W_p / L_p \cdot I_n}}{I_n \cdot \left( \frac{1}{V_{E_n} \cdot L_n} + \frac{1}{V_{E_p} \cdot L_p} \right)}$$

#### Fonction de transfert (pôles dominant, non dominant) :

$$A_v(s) = A_{v0} \cdot \frac{1 - \frac{s}{z_p}}{\left(1 - \frac{s}{p_d}\right) \cdot \left(1 - \frac{s}{p_{nd}}\right)}$$

zéro positif  
pôle dominant  
pôle non dominant

$z_p = \frac{g_{m_p}}{C_c}$  : compétition entre  $g_{m_p}$  et la conductance  $s \cdot C_c$  pour le passage du signal à travers l'étage de gain.

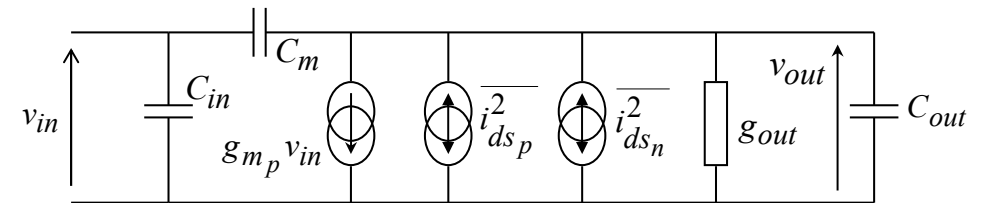
$p_d \approx -\frac{1}{R_S \cdot |A_{v0}| \cdot C_c}$  : Capacité  $C_c$  rabattue par effet Miller.

$p_{nd} \approx -\frac{g_{m_p}}{C_L + C_{DS_n} + C_{DS_p} + C_{GS_p}}$  : A la fréquence où ce pôle entre en action,  $C_c$  se comporte comme un fil et  $M_p$  se retrouve monté en diode.

On voit aussi en sortie  $C_{GS_p}$  car  $M_p$  est monté en diode à la fréquence qui nous intéresse!

### Etude en bruit :

Notre problème est de calculer les sources de bruit équivalentes ramenées en entrée,  $E_{eq}$  et  $I_{eq}$ , i.e. au niveau de la grille de  $M_p$ . Pour cela, on établit le schéma petits signaux avec sources de bruit :



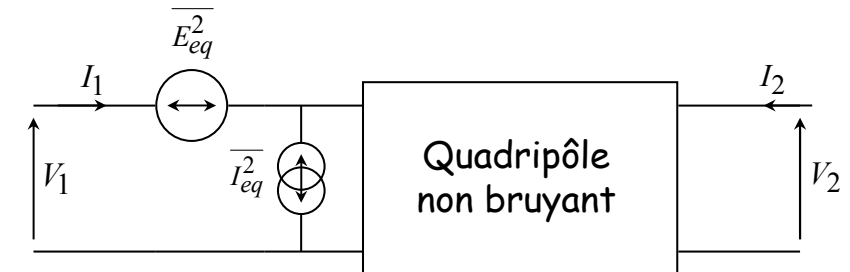
avec

$$C_{in} = C_{GS_p} \quad C_m = C_{DG_p} + C_c$$

$$C_{out} = C_{DS_n} + C_{DG_n} + C_{DS_p} + C_L \quad g_{out} = g_{ds_n} + g_{ds_p}$$

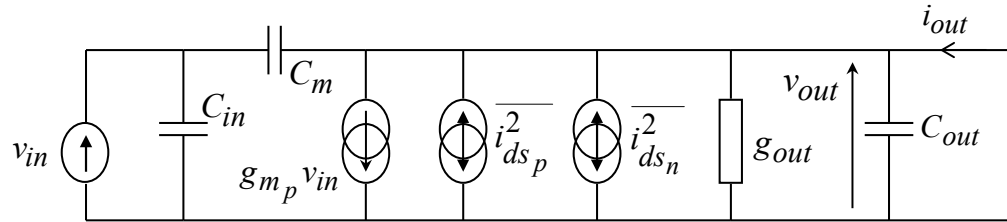


Ce quadripôle bruyant doit être modélisé par un quadripôle non-bruyant auquel on rajoute deux sources de bruit en entrée telle que le bruit en sortie soit le même que celui présenté par le quadripôle bruyant.



### a) Calcul de $E_{eq}$ :

On calcule le courant de bruit en sortie (par exemple) pour l'entrée et la sortie court-circuitée et l'on divise par la transconductance entre la sortie (toujours court-circuitée) et l'entrée  $v_e$  :



→ Les deux sources de bruit étant indépendantes, on peut sommer leur dsp de bruit :

$$\overline{i_{out}^2} = \overline{i_{ds_n}^2} + \overline{i_{ds_p}^2} = \frac{8}{3} \cdot k \cdot T \cdot (g_{m_n} + g_{m_p})$$

en ne considérant que le bruit thermique.

D'autre part, la transconductance  $i_{out}/v_{in}$  est donnée par :

$$g_{m_p} \cdot v_{in} - s \cdot C_m \cdot v_{in} - i_{out} = 0 \Rightarrow \frac{i_{out}}{v_{in}} = g_{m_p} - s \cdot C_m$$

La tension équivalente de bruit ramenée à l'entrée vaut :

$$E_{eq}(f) = \frac{\overline{i_{ds_n}^2} + \overline{i_{ds_p}^2}}{(g_{m_p} - s C_m)^2} = \frac{8}{3} kT \frac{(g_{m_n} + g_{m_p})}{(g_{m_p} - s C_m)^2} \approx \frac{8}{3} kT \frac{(g_{m_n} + g_{m_p})}{g_{m_p}^2}$$

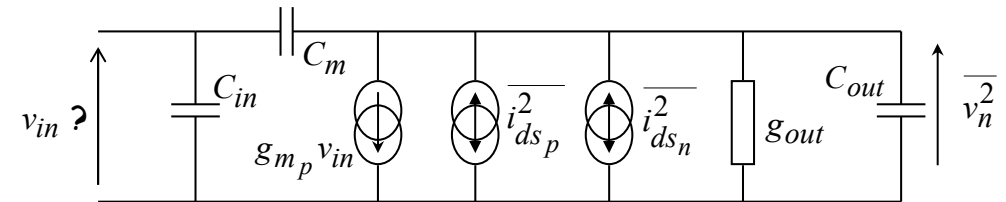
→ Pour des fréquences allant jusqu'au zéro positif (donc des fréquences assez élevées), la tension de bruit thermique ramenée à l'entrée vaut :

$$E_{eq}(f) \approx \frac{8}{3} \cdot k \cdot T \cdot \frac{1}{g_{m_p}} \left( 1 + \frac{g_{m_n}}{g_{m_p}} \right)$$

## b) Calcul de $I_{eq}$ :

La détermination de  $I_{eq}$  demande de laisser en l'air l'entrée et la sortie de l'étage (par exemple), de déterminer la tension de bruit en sortie, puis de diviser cette tension par le carré de la transrésistance de l'étage :

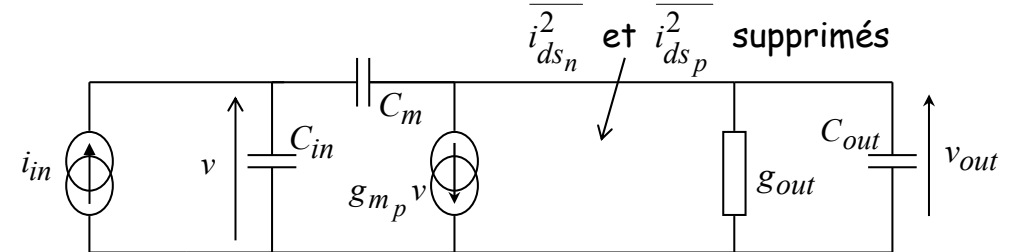
→ Détermination de la tension de bruit en sortie :



Après quelques calculs, on trouve :

$$\overline{v_n^2} = \frac{\overline{i_{ds_n}^2} + \overline{i_{ds_p}^2}}{\left[ (g_{m_p} - s \cdot C_m) \cdot \frac{C_m}{C_{in} + C_m} + g_{out} + s \cdot (C_{out} + C_m) \right]^2}$$

→ Détermination de la transrésistance  $Tr(f)$  :



Après quelques calculs, on trouve :

$$Tr = \frac{v_{out}}{i_{in}} = \frac{-1}{\left[ (g_{m_p} - sC_m) \frac{C_m}{C_{in} + C_m} + g_{out} + s(C_{out} + C_m) \right]} \cdot \frac{g_{m_p} - sC_m}{s(C_{in} + C_m)}$$

La densité spectrale de courant de bruit en entrée  $I_{eq}(f)$  est alors donnée par :

$$I_{eq}(f) = \left[ \frac{s \cdot (C_{in} + C_m)}{g_{m_p} - s \cdot C_m} \right]^2 \cdot (\overline{i_{ds_n}^2} + \overline{i_{ds_p}^2})$$

En pratique, l'impédance de  $C_{in} + C_m$  est si grande que le courant de bruit  $\langle i_{ds}^2 \rangle$  n'est quasiment pas réinjecté sur l'entrée à basses fréquences.

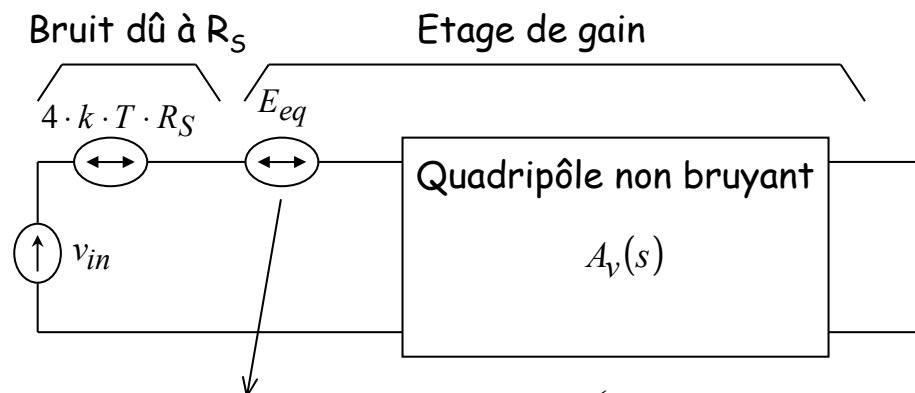
Ainsi, seul le bruit thermique se retrouve en courant de bruit à l'entrée, et ceci à hautes fréquences. On a alors :

$$I_{eq}(f) = \left[ \frac{s(C_{in} + C_m)}{g_{m_p} - sC_m} \right]^2 (\overline{i_{ds_n}^2} + \overline{i_{ds_p}^2}) \approx \frac{8}{3} kT \frac{1}{g_{m_p}} \left( 1 + \frac{g_{m_n}}{g_{m_p}} \right) \cdot (2\pi f \cdot C_{in})^2$$

### Remarques :

- 1)  $I_{eq}(f)$  est clairement corrélé à  $E_{eq}(f)$ !
- 2)  $I_{eq}(f)$  ne devient important qu'à hautes fréquences. Pour des applications d'instrumentation à fréquence moyenne, on le néglige toujours, ce que nous ferons par la suite.

En regardant maintenant l'étage de gain associé à la source qui l'attaque (ce peut être un autre étage CMOS comme un étage différentiel, mais aussi un capteur), on a :

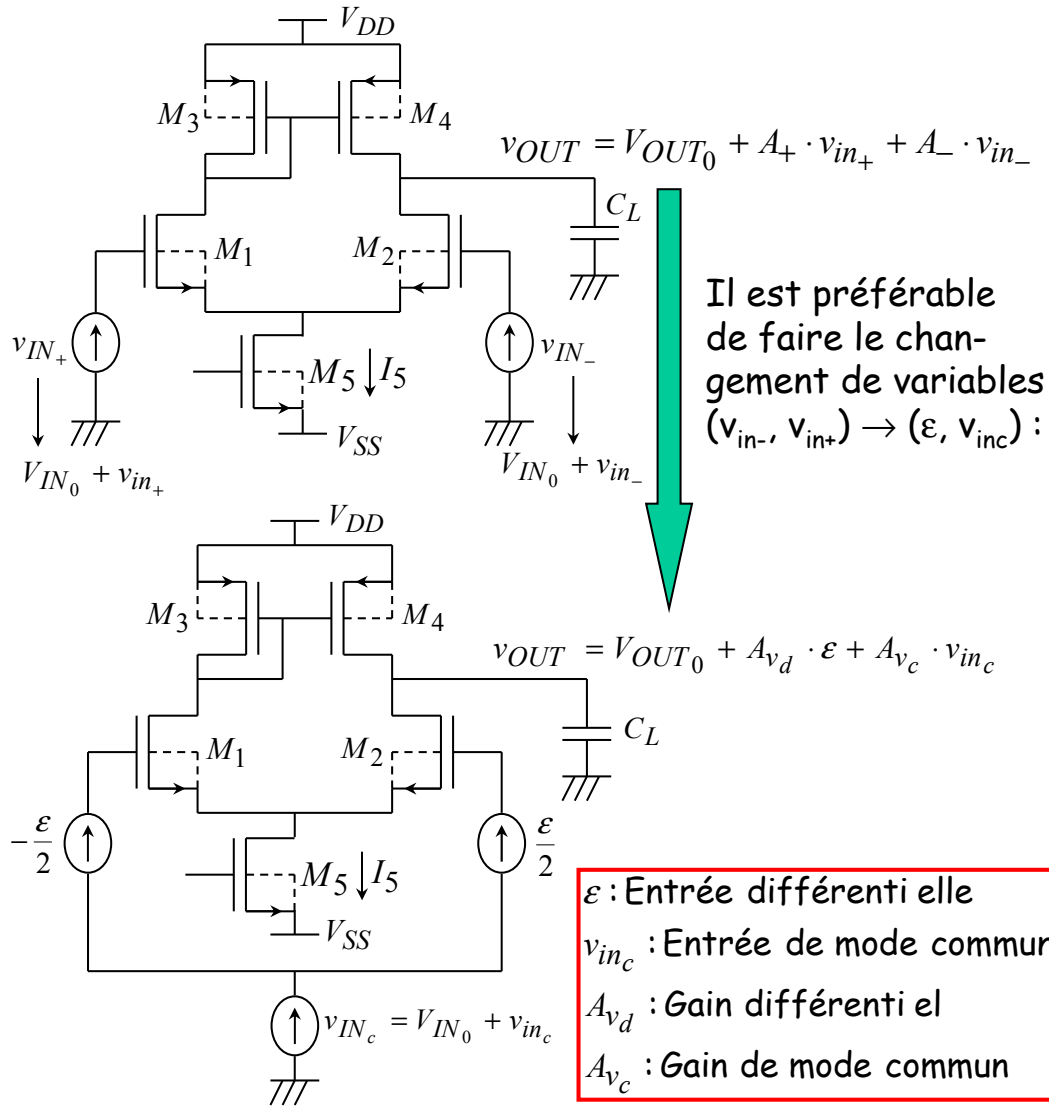


$$E_{eq}(f) \approx \frac{8}{3} \cdot k \cdot T \cdot \frac{1}{g_{m_p}} \left( 1 + \frac{g_{m_n}}{g_{m_p}} \right) + \frac{1}{g_{m_p}^2} \left( \frac{KF_p \cdot I_n^{AF_p}}{C_{ox} \cdot L_p^2} + \frac{KF_n \cdot I_n^{AF_n}}{C_{ox} \cdot L_n^2} \right)$$

En général, lorsque  $R_S$  représente la résistance de sortie d'un capteur, elle est assez faible. Dans ce cas, c'est très souvent  $E_{eq}$  qui domine.

On est alors amené à choisir une grande transconductance d'entrée pour un préamplificateur bas bruit, associée à une grande taille  $L^2$  si le bruit en  $1/f$  est à prendre en considération (amplification d'un faible signal continu ou à basses fréquences).

## II.1.2. Etage différentiel



$$\left. \begin{aligned} v_{ind} = \varepsilon = v_{IN+} - v_{IN-} = v_{in+} - v_{in-} \\ v_{IN_c} = \frac{v_{IN-} + v_{IN+}}{2} = V_{IN_0} + \frac{v_{in-} + v_{in+}}{2} = V_{IN_0} + v_{inc} \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow \begin{cases} v_{IN+} = v_{IN_c} + \frac{\varepsilon}{2} \\ v_{IN-} = v_{IN_c} - \frac{\varepsilon}{2} \end{cases}$$

L'étage différentiel rejette le mode commun et amplifie la différence de tension en entrée  $\varepsilon$ .

Point de polarisation en sortie :

$$V_{OUT_0} = V_{DD} + V_{GS_3} = V_{DD} + V_{Tp} - \sqrt{\frac{I_5}{K_{Pp} \cdot W_3/L_3}}$$

Dynamique d'entrée en mode commun :

$$CMR_- = V_{SS} + V_{DS_{sat}}(M_5) + V_{GS_1}$$

$$CMR_- = V_{SS} + \sqrt{\frac{2 \cdot I_5}{K_{Pn} \cdot W_5/L_5}} + V_{Tn} + \sqrt{\frac{I_5}{K_{Pn} \cdot W_1/L_1}}$$

$$CMR_+ = V_{Tn} + V_{OUT_0} = V_{DD} + V_{Tn} + V_{Tp} - \sqrt{\frac{2 \cdot I_5}{K_{Pp} \cdot W_3/L_3}}$$



### Gain statique :

$$A_{v0} = -\frac{g_{m1}}{g_{ds1} + g_{ds3}} = -\frac{\sqrt{KP_n \cdot W_1/L_1 \cdot I_5}}{I_5/2 \cdot \left( \frac{1}{V_{E_n} \cdot L_1} + \frac{1}{V_{E_p} \cdot L_3} \right)}$$

### Fonction de transfert (pôles dominant, non dominant) :

Il existe un pôle dominant en sortie et un pôle non dominant sur le drain de M3 monté en diode. D'autre part, comme le pôle non dominant n'agit que sur la moitié du signal  $\varepsilon$ , il y a un zéro négatif à 2 fois le pôle non dominant. A noter que ce zéro compense en partie le pôle non dominant.

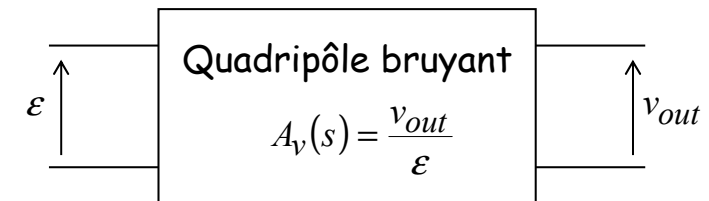
$$A_v(s) = A_{v0} \cdot \frac{1 - \frac{s}{z_n}}{\left(1 - \frac{s}{p_d}\right) \cdot \left(1 - \frac{s}{p_{nd}}\right)}$$

$$p_d = -\frac{g_{ds2} + g_{ds4}}{C_L + C_{DS2} + C_{DS4}} = -\frac{g_{ds1} + g_{ds3}}{C_L + C_{DS1} + C_{DS3}}$$

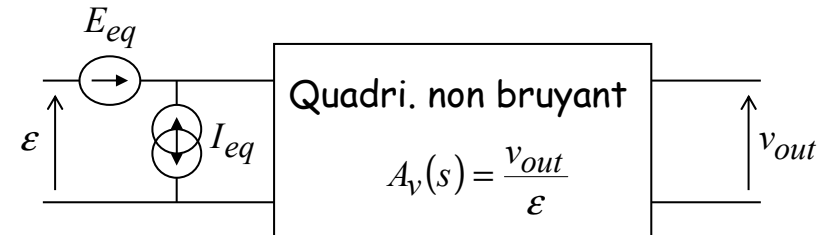
$$p_{nd} = -\frac{g_{m3}}{C_{DS1} + C_{DS3} + 2 \cdot C_{GS3}} \quad \text{et} \quad z_n = 2 \cdot p_{nd}$$

### Etude en bruit :

Du point de vue petits signaux, nous continuons à considérer que la source de courant  $I_B$  polarisant l'étage est parfaite, conduisant à un gain de mode commun nul. Dans ce cas, l'étage différentiel peut être vu comme un quadripôle dont l'entrée est  $\varepsilon$  et la sortie  $v_{out}$  :



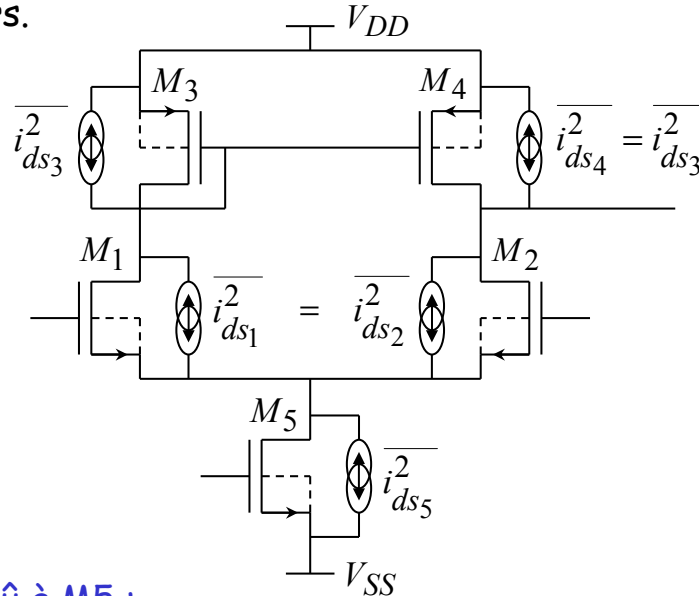
Son modèle de bruit est alors obtenu classiquement en calculant les deux sources de bruit équivalentes en entrée :



Comme toujours, pour un étage en technologie CMOS, on montre facilement que  $I_{eq}$  ne prend de l'importance qu'à hautes fréquences.

Nous n'allons donc calculer que  $E_{eq}$ , en se plaçant à basses fréquences.

Nous introduisons dans le schéma toutes les sources de bruit. Comme nous commençons à être habituer aux calculs de bruit, nous allons directement travailler à partir du schéma à base de transistors.



#### a) Bruit dû à M5 :

Pour cette étude, nous allons considérer qu'au courant de polarisation  $I_B$  s'additionne le petit courant de bruit  $i_{ds5}$  (pris par convention dans le même sens que  $I_B$ ).

Lors de l'étude du point de polarisation, nous avons vu que le potentiel sur le drain de M4 est nécessairement égal au potentiel sur le drain de M3 (c.f. cours de TC). Ceci reste évidemment vrai à basses fréquences.

Ainsi, si  $V_{GS30}$  représente le  $V_{GS}$  de M3 pour un courant dans M3 égal à  $I_B/2$ , nous avons :

$$\begin{aligned} \frac{I_B + i_{ds5}}{2} &= \frac{1}{2} \cdot K P_p \cdot \frac{W_3}{L_3} \cdot (V_{GS0} + v_{out} - V_{Tp})^2 \cdot [1 - \lambda_3 \cdot (V_{GS0} + v_{out})] \\ \frac{I_B + i_{ds5}}{2} &= \frac{1}{2} K P_p \frac{W_3}{L_3} (V_{GS0} - V_{Tp})^2 \left(1 + \frac{v_{out}}{V_{GS0} - V_{Tp}}\right)^2 (1 - \lambda_3 V_{GS0}) \cdot \left(1 - \frac{\lambda_3 \cdot v_{out}}{1 - \lambda_3 V_{GS0}}\right) \\ &\equiv \frac{1}{2} \cdot K P_p \cdot \frac{W_3}{L_3} \cdot (V_{GS0} - V_{Tp})^2 \cdot (1 - \lambda_3 \cdot V_{GS0}) \cdot \underbrace{\left(1 + \frac{2 \cdot v_{out}}{V_{GS0} - V_{Tp}}\right) \cdot \left(1 - \frac{\lambda_3 \cdot v_{out}}{1 - \lambda_3 \cdot V_{GS0}}\right)}_{\equiv \left(1 + \frac{2 \cdot v_{out}}{V_{GS0} - V_{Tp}} - \lambda_3 \cdot v_{out}\right)} \\ &\equiv \frac{I_B}{2} + \underbrace{K P_p \cdot \frac{W_3}{L_3} \cdot (V_{GS0} - V_{Tp})^2 \cdot (1 - \lambda_3 \cdot V_{GS0}) \cdot v_{out}}_{-g_{m3}} - \underbrace{\lambda_3 \cdot \frac{I_B}{2} \cdot v_{out}}_{g_{ds3}} \end{aligned}$$

$$\frac{I_B + i_{ds5}}{2} = \frac{I_B}{2} - (g_{m3} + g_{ds3}) \cdot v_{out} \Rightarrow \overline{v_{out}^2} = \frac{1}{4 \cdot (g_{m3} + g_{ds3})^2} \cdot \overline{i_{ds5}^2}$$

En ne tenant compte que du bruit thermique :

$$\overline{v_{out}^2} = \frac{8}{3} \cdot k \cdot T \cdot \frac{g_{m5}}{4 \cdot (g_{m3} + g_{ds3})^2} \equiv \frac{8}{3} \cdot k \cdot T \cdot \frac{g_{m5}}{4 \cdot g_{m3}^2}$$



M5 contribue très peu au bruit en sortie!

D'autre part, le gain entre l'entrée différentielle et la sortie est donné par :

$$\frac{v_{out}}{\varepsilon} = - \frac{g_{m1}}{g_{ds1} + g_{ds3}}$$

Ainsi, ramené à l'entrée, le bruit dû à M5 est négligeable.

Remarque : Pour une structure à entrée et sortie différentielles, le bruit de M5 en sortie est parfaitement nul!

#### b) Bruit dû à M1, M2, M3, M4 :

Les courants de bruit  $i_{ds1}$  et  $i_{ds3}$  sont miroités dans la branche M2/M4 par le miroir de courants M3/M4. D'autre part, les courants de bruit  $i_{ds2}$  et  $i_{ds4}$  se trouvent tel quel dans la branche M2/M4. Ces sources étant décorrélées, la puissance du courant de bruit dans la branche M2/M4 est donnée par :

$$\overline{i_{2/4}^2} = \overline{i_{ds1}^2} + \overline{i_{ds2}^2} + \overline{i_{ds3}^2} + \overline{i_{ds4}^2} = 2 \cdot \overline{i_{ds1}^2} + 2 \cdot \overline{i_{ds3}^2} = \underbrace{\frac{16}{3} \cdot k \cdot T \cdot (g_{m1} + g_{m3})}_{\text{En ne tenant compte que du bruit thermique}}$$

Ce courant passe à travers la résistance  $r_{ds2}/r_{ds4}$  pour fournir la tension de bruit en sortie :

$$\overline{v_{out}^2} = \frac{2 \cdot \overline{i_{ds1}^2} + 2 \cdot \overline{i_{ds3}^2}}{(g_{ds1} + g_{ds3})^2} = \frac{16}{3} \cdot k \cdot T \cdot \underbrace{\frac{g_{m1} + g_{m3}}{(g_{ds1} + g_{ds3})^2}}_{\text{En ne tenant compte que du bruit thermique}}$$

Ainsi ramené sur l'entrée différentielle, la tension de bruit équivalente est donnée par :

$$E_{eq} = \left( \frac{g_{ds1} + g_{ds3}}{g_{m1}} \right)^2 \cdot \frac{2 \cdot \overline{i_{ds1}^2} + 2 \cdot \overline{i_{ds3}^2}}{(g_{ds1} + g_{ds3})^2} = 2 \cdot \frac{\overline{i_{ds1}^2} + \overline{i_{ds3}^2}}{g_{m1}^2}$$

En ne tenant compte que du bruit thermique :

$$E_{eq} = \frac{16}{3} \cdot k \cdot T \cdot \underbrace{\frac{1}{g_{m1}} \left( 1 + \frac{g_{m3}}{g_{m1}} \right)}_{\text{En ne tenant compte que du bruit thermique}}$$

→ Le bruit de l'étage différentielle est deux fois supérieur au bruit d'un étage de gain simple.

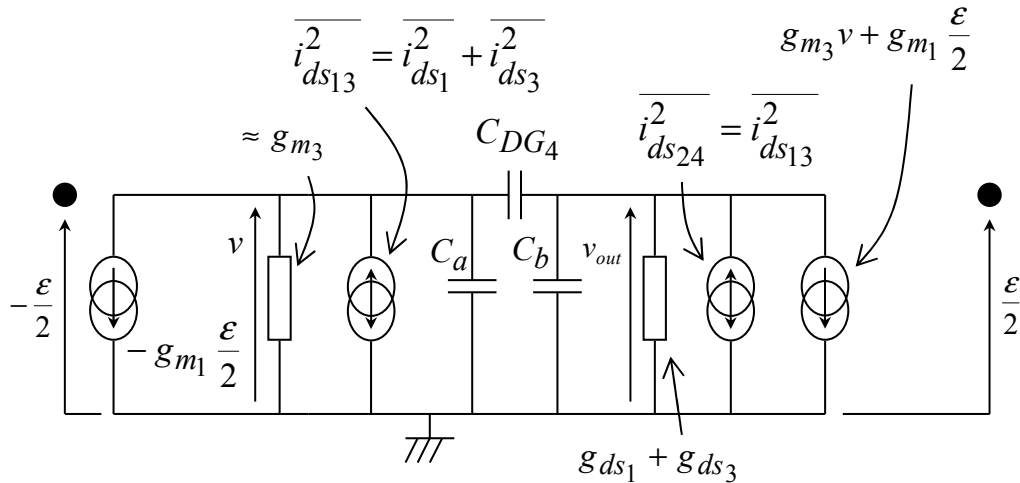
#### Remarque :

Il est intéressant de choisir  $g_{m3} \ll g_{m1}$  pour minimiser le bruit dû à M3/M4.

Nous avons aussi vu que cela allait dans le sens de la réduction de l'offset aléatoire (c.f. cours de TC).

#### Exercice :

En partant du schéma petits signaux de l'étage différentiel incluant les capacités, schéma vu en cours de TC et rappelé ci-dessous,



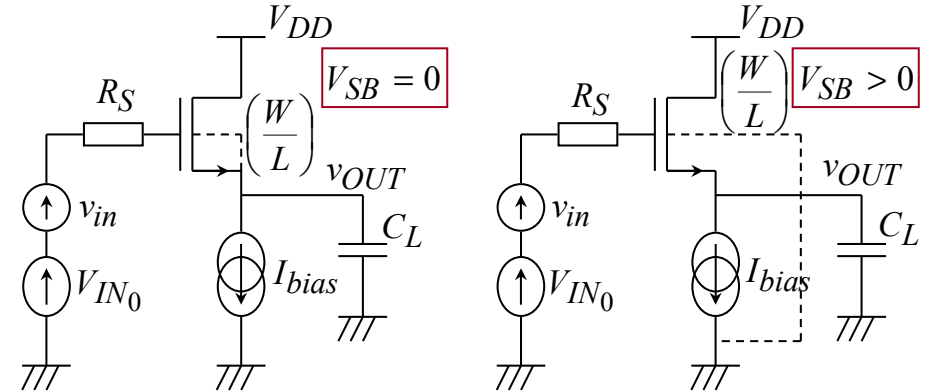
avec  $C_a = C_{DS1} + C_{DS3} + 2 \cdot C_{GS3}$  et  $C_b = C_{DS1} + C_{DS3} + C_L$

montrez que le bruit en tension équivalent en entrée est donné par :

$$E_{eq} = \frac{1}{g_{m1}^2} \cdot \frac{\left| 1 - s \frac{C_{DG4}}{g_{m3}} \right|^2 + \left| 1 + s \frac{C_a + C_{DG4}}{g_{m3}} \right|^2}{\left| 1 + s \frac{C_a}{2g_{m3}} \right|^2} \cdot \overline{i_{ds13}^2}$$

➡ En déduire qu'il n'est pas nécessaire de considérer les capacités dans le calcul du bruit.

## II.2 Etage suiveur :



### II.2.1 Etude larges signaux :

$$I_{bias} = \frac{1}{2} \cdot K P_n \cdot \frac{W}{L} \cdot (V_{IN0} - V_{OUT0} - V_{TH})^2$$

$$V_{TH} = V_{Tn} + \gamma \cdot [\sqrt{2\phi_p + V_{SB}} - \sqrt{2\phi_p}] = V_{Tn} + \gamma \cdot [\sqrt{2\phi_p + V_{OUT0}} - \sqrt{2\phi_p}]$$

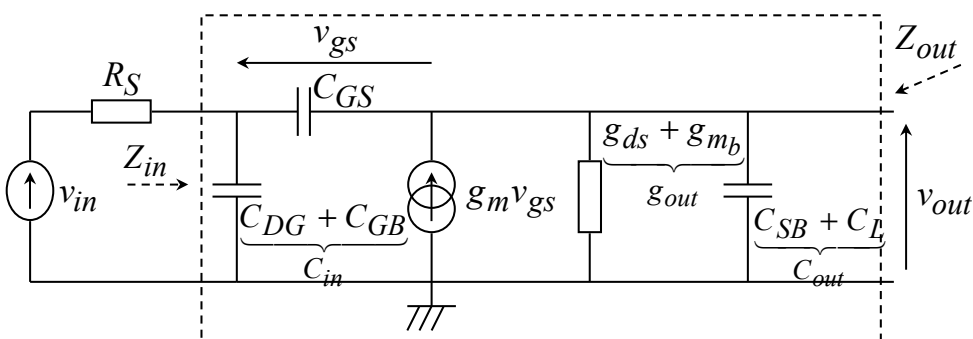
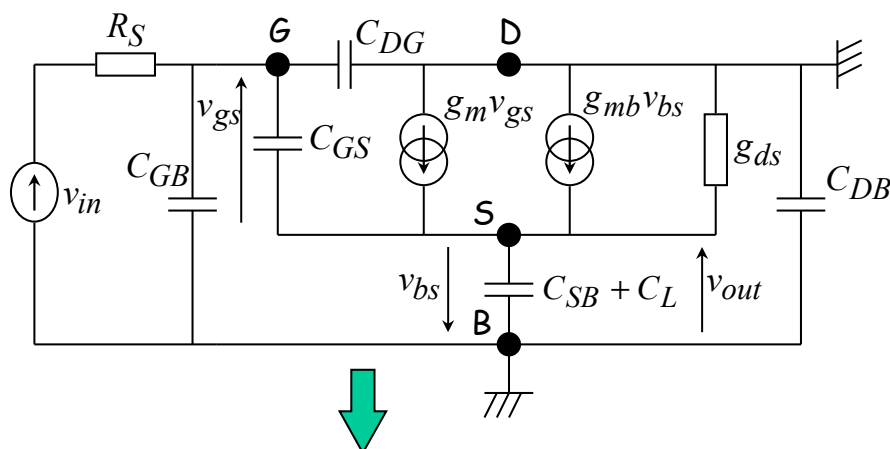
$$V_{OUT0} = V_{IN0} - V_{Tn} - \gamma \cdot [\sqrt{2\phi_p + V_{OUT0}} - \sqrt{2\phi_p}] - \sqrt{\frac{2I_{bias}}{K P_n \cdot W / L}}$$

L'étage suiveur (dont le gain est proche de 1) est particulièrement indiqué pour **décaler les niveaux de tensions** entre étages.

On règle ce décalage grâce à  $I_{bias}$  et  $W/L$ .

## II.2.2 Etude petits signaux :

Schéma petits signaux (valable quelque soit  $V_{SB}$ ) :



**Remarque :** Si  $V_{SB} = 0$  :  $g_{out} = g_{ds}$  et  $C_{out} = C_L + C_{DB}$

$$\text{Si } V_{SB} > 0 : g_{out} = g_{ds} + g_{mb} \cong g_{mb} = \frac{\gamma}{2\sqrt{2\phi_P + V_{SB}}} \cdot g_m$$

$$\text{et } C_{out} = C_L + C_{SB}$$

Le calcul de la fonction de transfert donne :

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{\frac{g_m}{g_m + g_{out}} \cdot \left(1 + s \cdot \frac{C_{GS}}{g_m}\right)}{1 + \left(\frac{1 + g_{out} R_S}{g_m + g_{out}} C_{GS} + \frac{C_{out}}{g_m + g_{out}} + R_S C_{in}\right) s + \frac{R_S}{g_m + g_{out}} C^2 s^2}$$

$$\text{avec } C^2 = C_{in} \cdot C_{DG} + C_{in} \cdot C_{out} + C_{out} \cdot C_{DG}$$

Gain basses fréquences :

$$A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{g_m}{g_m + g_{out}}$$

Si  $V_{SB} = 0$  :  $g_{out} = g_{ds} \ll g_m$  et  $A_v \cong 1$

$$\text{Si } V_{SB} > 0 : g_{out} \cong g_{mb} \text{ et } A_v \cong \frac{1}{1 + \frac{g_{mb}}{g_m}} = \frac{1}{1 + \frac{\gamma}{2 \cdot \sqrt{2 \cdot \phi_P + V_{SB}}}}$$

Application numérique :

$$V_{SB} = 1 \text{ V et } A_v = \frac{1}{1 + \frac{0,58}{2 \times \sqrt{0,858 + 1}}} = 0,82$$

Le montage drain commun se comporte bien comme un suiveur. Si  $V_{SB} > 0$  le gain de 1 chute (de l'ordre de 20%). D'autre part, comme  $V_{TH}$  dépend de  $V_{SB}$ , la tension  $V_{GS}$  variera légèrement lors de larges signaux en entrée et l'effet de bulk introduira de la distorsion.

### Gain à hautes fréquences :

$$p_{nd} = - \left( \frac{1 + g_{out} \cdot R_S}{g_m + g_{out}} \cdot C_{GS} + \frac{C_{out}}{g_m + g_{out}} + R_S \cdot C_{in} \right) \cdot \frac{g_m + g_{out}}{R_S \cdot C^2}$$

Cas  $g_{out} = g_{ds}$  :

$$p_{nd} = - \frac{(1 + g_{ds} R_S) C_{GS} + C_{out} + R_S C_{in} g_{ds}}{R_S \cdot C^2} \cdot \left( 1 + \frac{g_m}{g_{m_{crit}}} \right)$$

$$\begin{aligned} & \overbrace{- \frac{C_{GS} + C_{out}}{R_S \cdot C^2}}^{p_{nd_{inf}}} \cdot \left( 1 + \frac{g_m}{g_{m_{crit}}} \right) \\ & \cong - \frac{C_{GS} + C_{out}}{R_S \cdot C^2} \cdot \left( 1 + \frac{g_m}{g_{m_{crit}}} \right) \end{aligned}$$

avec  $g_{m_{crit}} = \frac{(1 + g_{ds} R_S) C_{GS} + C_{out} + R_S C_{in} g_{ds}}{R_S \cdot C_{in}} \cong \frac{1}{R_S} \cdot \frac{C_{GS} + C_{out}}{C_{in}}$

$$p_d = - \frac{1}{\frac{1 + g_{out} R_S}{g_m + g_{out}} C_{GS} + \frac{C_{out}}{g_m + g_{out}} + R_S C_{in}} \cong - \frac{g_m}{C_{GS} + C_{out} + R_S C_{in} g_m}$$

Soit

$$p_d \cong - \frac{g_m}{C_{GS} + C_{out}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{g_m}{g_{m_{crit}}}}$$

Lorsque  $g_m \rightarrow \infty$  :

$$p_d \rightarrow p_{d_{sup}} = - \frac{1}{R_S \cdot C_{in}} = - \frac{1}{R_S \cdot (C_{DG} + C_{GB})}$$

Exemple numérique :  $W / L = 10 / 2$  et  $R_S = 2 \text{ M}\Omega$

$$C_{DG} = C_{GD0} W = 0,13 \times 10 = 1,3 \text{ fF} \text{ et } C_{GB} = C_{GB0} L = 0,11 \times 2 = 0,22 \text{ fF}$$

$$f_d = \frac{1}{2 \times \pi \times 2 \cdot 10^6 \times 1,52 \cdot 10^{-15}} = 104,7 \text{ MHz}$$

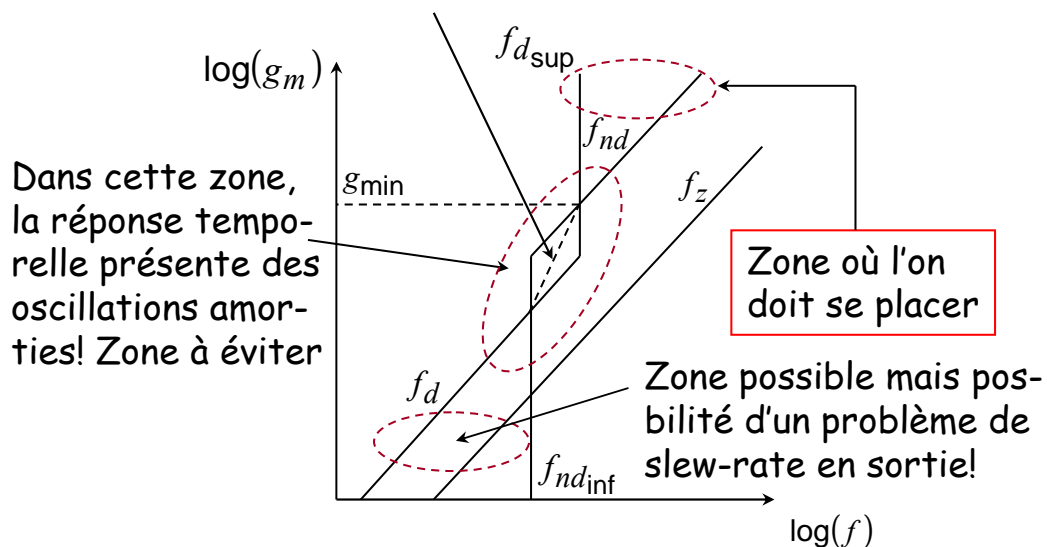
➡ Le pôle dominant peut être placé loin de l'origine.  
L'étage suiveur ne limitera pas la bande passante du système complet.

Pour  $g_m = g_{m_{crit}}$ , on a :

$$p_d = - \frac{g_m}{2(C_{GS} + C_{out})} \text{ et } p_{nd} = \frac{2(C_{GS} + C_{out})}{R_S \cdot C^2}$$

$$\Rightarrow \frac{|p_{nd}|}{|p_d|} = \frac{4 \cdot (C_{GS} + C_{out})^2}{R_S \cdot g_m \cdot (C_{GS} \cdot C_{out} + C_{in} \cdot C_{GS} + C_{in} \cdot C_{out})} < 1 \text{ en pratique}$$

Ceci est impossible, et pour une certaine gamme de  $g_m$ , la fonction de transfert présentera des pôles conjugués complexes.



On choisit donc  $g_m > g_{min}$  définit par :

$$p_{d\sup} = p_{nd} \Leftrightarrow \frac{1}{R_S C_{in}} = \frac{C_{GS} + C_{out}}{R_S \cdot C^2} \left( 1 + \frac{g_{min}}{g_{m_{crit}}} \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{C_{in}} \cong - \frac{C_{GS} + C_{out}}{C^2} \cdot \frac{g_{min}}{g_{m_{crit}}}$$

$$g_{min} = \frac{1}{R_S} \cdot \frac{C^2}{C_{in}^2}$$

Remarque : Pour  $V_{SB} > 0$ , le diagramme des pôles et zéro est similaire.

### Impédances d'entrée et de sortie :

Pour  $g_m/g_{ds} \gg 1$  et  $V_{SB} = 0$ , l'impédance d'entrée est donnée par :

$$Z_{in} = \frac{1}{\left( C_{in} + \frac{g_{ds}}{g_m} C_{GS} \right) s} \cdot \frac{1 - \frac{s}{p_{d\sup}}}{1 + \frac{C^2}{g_{ds} C_{GS} + g_m C_{in}} s}$$

Elle est capacitive, principalement déterminée par  $C_{in} \approx C_{DG}$

Toujours dans les mêmes conditions,  $Z_{out}$  vaut :

$$Z_{out} = \frac{1}{g_m} \cdot \frac{1 + \frac{s}{1/R_S \cdot (C_{GS} + C_{in})}}{\left( 1 - \frac{s}{p_d} \right) \cdot \left( 1 - \frac{s}{p_{nd}} \right)}$$

Ainsi,  $Z_{out}$  est purement résistive, de faible valeur, pour des fréquences allant jusqu'à  $1/(2\pi \cdot R_S \cdot (C_{GS} + C_{in}))$  si  $g_m > g_{min}$ . Cette fréquence est en général encore assez élevée.

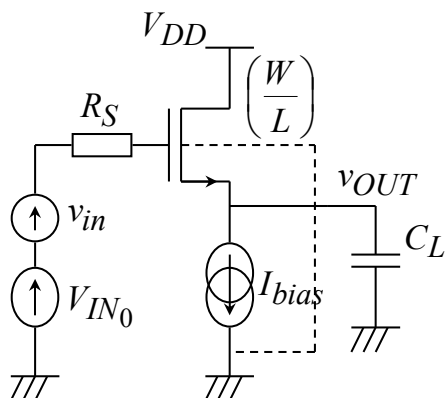


➔ Système convertisseur d'impédance, de haute vers faible impédance

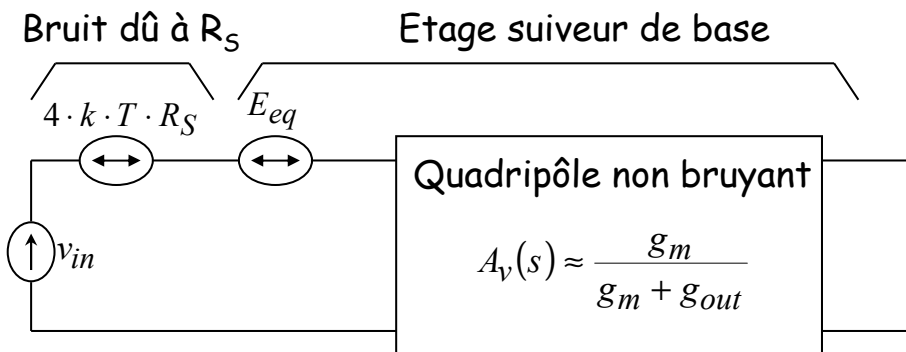
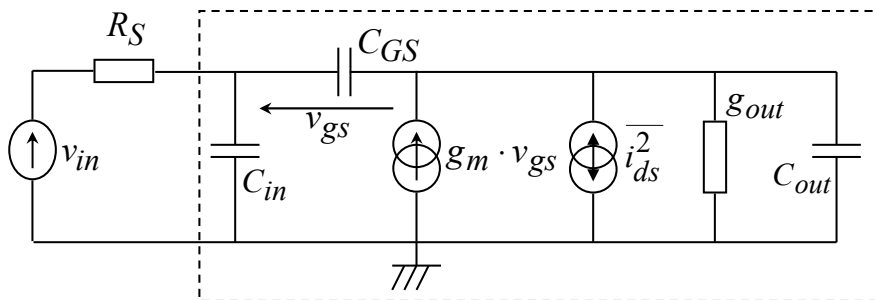
Remarque : Pour  $V_{SB} > 0$ ,  $Z_{out}$  à basses fréquences est donnée par :

$$Z_{out} = \frac{1}{g_m + g_{mb} + g_{ds}} \cong \frac{1}{g_m + g_{mb}}$$

### II.2.3 Etude en bruit :



Modèle petits signaux incluant les sources de bruit



Par un calcul similaire à celui mené pour le TMOS seul ou pour l'étage amplificateur de base, on montre aisément que :

$$E_{eq}(f) = \frac{\overline{i_{ds}^2}}{(g_m + s \cdot C_{GS})^2} \approx \frac{\overline{i_{ds}^2}}{g_m^2}$$

$$E_{eq}(f) = 4 \cdot k \cdot T \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{g_m} + \frac{KF \cdot I_{DS}^{AF}}{C_{ox} \cdot W \cdot L \cdot f^{EF} \cdot g_m^2}$$

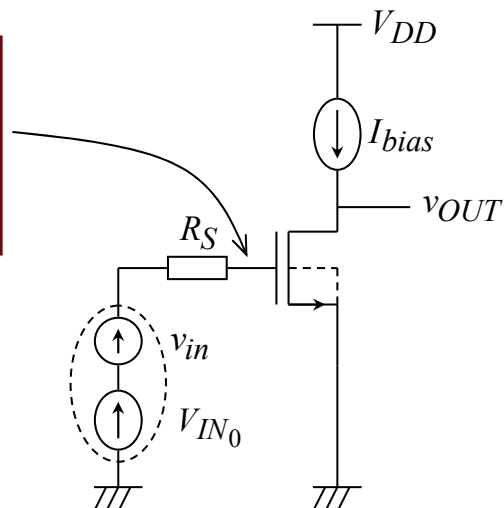
Exercice : Montrez que  $I_{eq}$  est donnée par :

$$I_{eq}(f) = \left[ \frac{s \cdot (C_{in} + C_{GS})}{g_m + s \cdot C_{GS}} \right]^2 \cdot \overline{i_{ds}^2} \rightarrow \text{ne devenant important qu'à hautes fréquences}$$

### Remarques :

- 1) Ramené à l'entrée, le bruit de l'étage suiveur est équivalent au bruit de l'étage amplificateur de base (montage TMOS en source commune), du moins à basses fréquences :

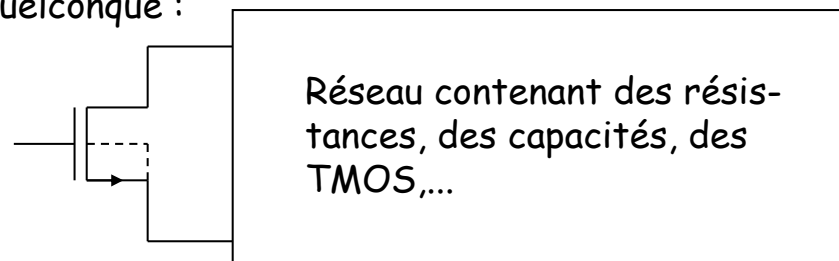
$$E_{eq}(f) = 4 \cdot k \cdot T \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{g_m} + \frac{KF \cdot I_{DS}^{AF}}{C_{ox} \cdot W \cdot L \cdot f^{EF} \cdot g_m^2}$$



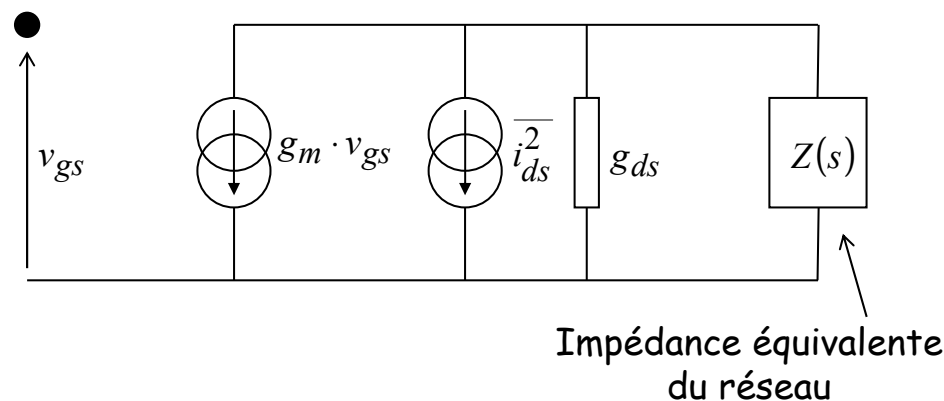
- 2) En raison de son gain unitaire, et ce sur une bande de fréquences assez large, le bruit dû à l'étage amplificateur placé après l'étage suiveur ne sera pas atténué lorsqu'on le ramène à l'entrée de l'étage suiveur!

- 3) Lorsque l'on se place à fréquences moyennes (on ne considère plus les capacités),  $E_{eq}$  semble être la même quelque soit la configuration de connexion du transistor :

En effet considérons un TMOS connecté à un réseau quelconque :



Si l'on fait le schéma équivalent petits signaux sans prendre en compte les capacités du TMOS, on a :



Si maintenant on court-circuite la sortie (l'impédance  $Z(s)$ ) et l'entrée ( $v_{gs} = 0$ ), le courant de bruit dans le court-circuit de sortie est clairement donné par

$$\overline{i_{out}^2} = \overline{i_{ds}^2}$$

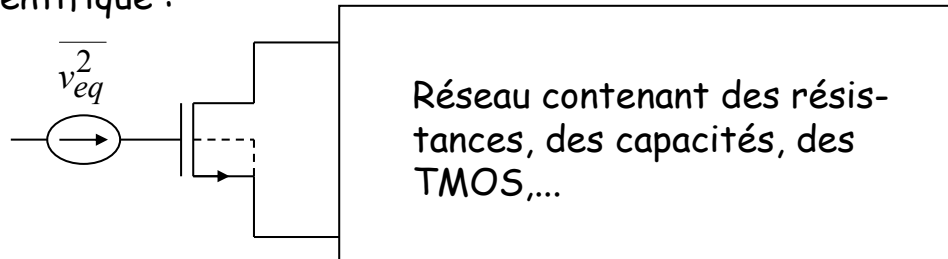
D'autre part, pour cette configuration (sortie court-circuitée), la transconductance du quadripôle est donnée par :

$$T_g = g_m$$

Ainsi, la tension de bruit équivalente ramenée sur la grille du TMOS et due au TMOS seul est donnée par :

$$E_{eq}(f) = \frac{\overline{i_{ds}^2}}{T_g^2} = \frac{\overline{i_{ds}^2}}{g_m^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{g_m} + \frac{KF \cdot I_{DS}^{AF}}{C_{ox} \cdot W \cdot L \cdot f^{EF} \cdot g_m^2} = \overline{v_{eq}^2}$$

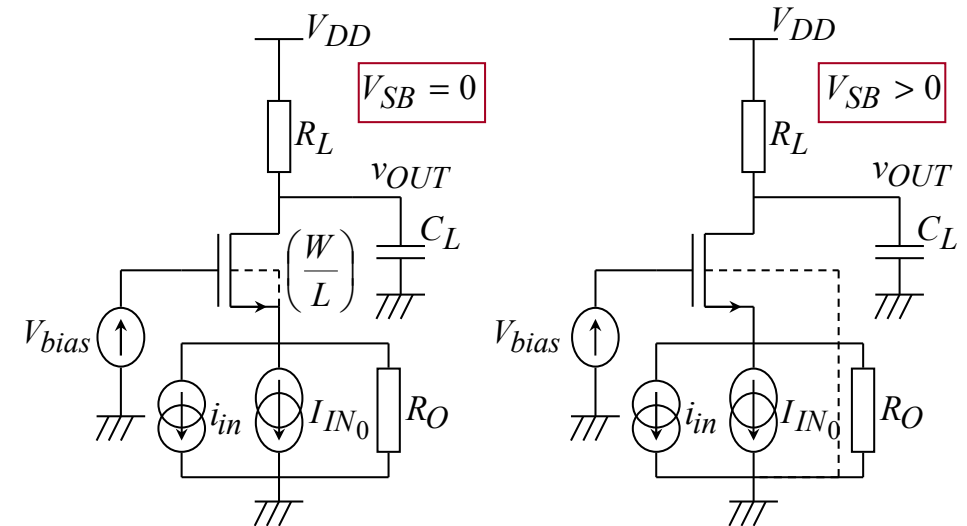
En conséquence, si l'on néglige aussi la source de bruit  $I_{eq}$ , ce qui est justifié sauf à très hautes fréquences, on obtient le modèle suivant, très largement employé dans la littérature scientifique :



Ainsi, pour les études de bruit, il est courant de rencontrer dans les livres des schémas à base de TMOS avec leur source de tension de bruit équivalente à l'entrée. **Ceci est la plupart du temps justifié, sauf si l'on a besoin d'analyser le bruit en montant en fréquence.** Il faut alors tenir compte des capacités et ce modèle n'est plus valable!

## II.3 Montage cascode - Etage de gain cascodé :

### II.3.1 Montage cascode :



L'étude pour  $V_{SB} > 0$  diffère peu (notations plus compliquées) que celle pour  $V_{SB} = 0$ . On suppose donc  $V_{SB} = 0$  dans ce qui suit.

#### a) Etude larges signaux :

La résistance de sortie de la source de courant  $I_{IN0}$  est normalement très élevée. On la néglige pour cette étude.

Le courant  $I_{IN0}$  et  $R_L$  déterminent le point de polarisation en sortie  $v_{OUT0}$  :

$$V_{DD} - V_{OUT0} = R_L \cdot I_{IN0} \Leftrightarrow V_{OUT0} = V_{DD} - R_L \cdot I_{IN0}$$

D'autre part, le transistor doit toujours resté saturé, i.e. :

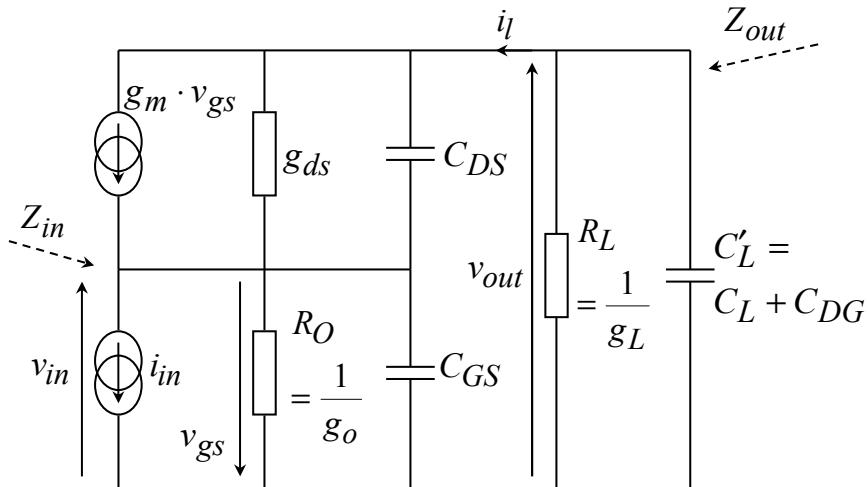
$$V_{OUT_0} - V_{S_0} = V_{DS} > V_{GS_0} - V_{T_n} = V_{bias} - V_{S_0} - V_{T_n}$$

$$\Rightarrow V_{bias} < V_{OUT_0} + V_{T_n}$$

Finalement, le potentiel sur la source du transistor,  $V_{S_0}$ , doit être choisi pas trop faible de telle sorte que la source de courant  $I_{IN_0}$ , qui sera réalisée par un transistor, fonctionne correctement.  $V_{S_0}$  est déterminé par  $V_{bias}$ ,  $W/L$  et  $I_{IN_0}$  selon la relation :

$$I_{IN_0} = \frac{1}{2} \cdot K P_n \cdot \frac{W}{L} (V_{bias} - V_{S_0} - V_{T_n})^2$$

### b) Etude petits signaux :



On définit les caractéristiques petits signaux de la manière suivante :

$i_l$  : courant dans la charge

$$A_i = \frac{i_l}{i_{in}} : \text{gain en courant}$$

$$\frac{v_{out}}{i_{in}} = Z_L \cdot A_i : \text{Transrésistance}$$

$$Z_{in} = \frac{v_{in}}{i_{in}} : \text{impédance d'entrée}$$

$$Z_{out} = \frac{v_{out}}{i_{out}} : \text{impédance de sortie}$$

Pour chacun des deux noeuds, on écrit que la somme des courants sortant du noeud est nulle :

$$\begin{cases} -g_m v_{in} + (g_{ds} + s \cdot C_{DS}) \cdot \left( \frac{-i_l}{g_L + s \cdot C'_L} - v_{in} \right) - i_l = 0 \\ g_m v_{in} + (g_{ds} + s \cdot C_{DS}) \cdot \left( \frac{i_l}{g_L + s \cdot C'_L} + v_{in} \right) + i_{in} + (g_o + s \cdot C_{GS}) \cdot v_{in} = 0 \end{cases}$$

Après quelques calculs, on obtient :

$$A_i = \frac{i_l}{i_{in}} = \frac{(g_m + g_{ds} + s \cdot C_{DS}) \cdot (g_L + s \cdot C'_L)}{A + B \cdot s + C^2 \cdot s^2}$$

$$Z_{in} = \frac{v_{in}}{i_{in}} = \frac{g_L + g_{ds} + (C_{DS} + C'_L) \cdot s}{A + B \cdot s + C^2 \cdot s^2}$$

$$Z_{out} = \frac{v_{out}}{i_{out}} = \frac{g_m + g_{ds} + g_o + (C_{DS} + C_{GS}) \cdot s}{A + B \cdot s + C^2 \cdot s^2}$$

$$A = g_L \cdot (g_m + g_{ds} + g_o) + g_o \cdot g_{ds}$$

$$B = (g_o + g_L) \cdot C_{DS} + (g_m + g_{ds} + g_o) \cdot C'_L + (g_L + g_{ds}) \cdot C_{GS}$$

$$C^2 = C_{GS} \cdot C_{DS} + C_{GS} \cdot C'_L + C_{DS} \cdot C'_L$$

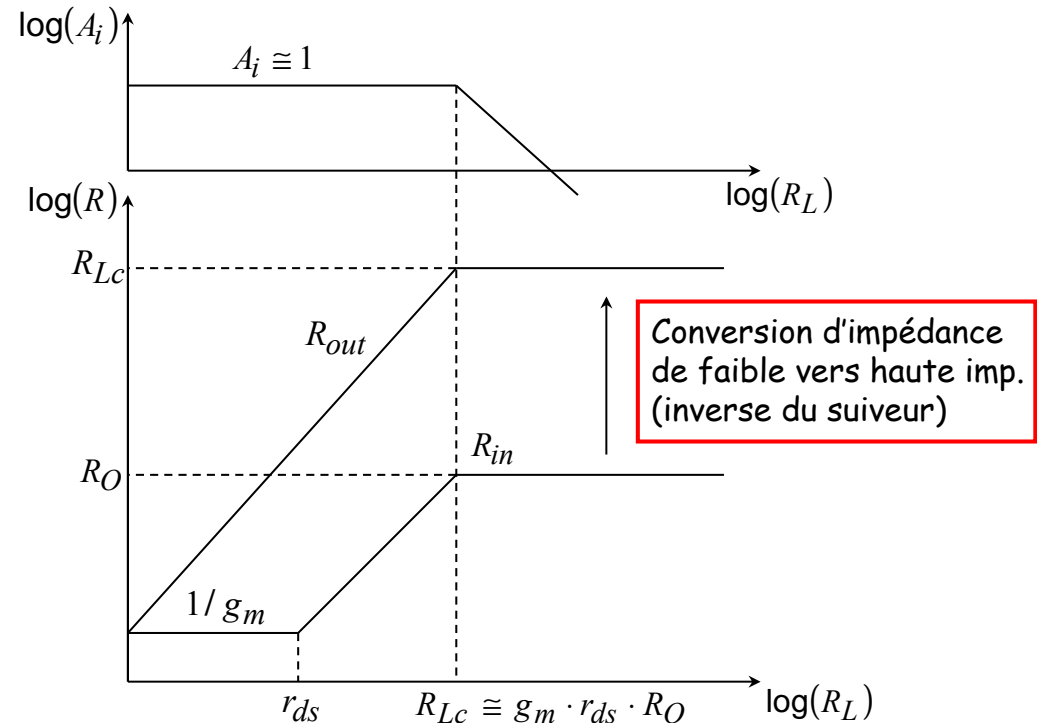
Les caractéristiques du montage cascode sont très dépendantes de la charge  $R_L$  en sortie. Nous allons donc étudier le gain en courant, l'impédance d'entrée et de sortie en fonction de  $R_L$ .

Comportement basses fréquences :

$$A_i = \frac{i_l}{i_{in}} = \frac{(g_m + g_{ds}) \cdot g_L}{g_L(g_m + g_{ds} + g_o) + g_o g_{ds}} = \frac{\frac{g_m + g_{ds}}{g_o \cdot g_{ds}} \cdot g_L}{1 + \frac{g_L}{\frac{g_o \cdot g_{ds}}{g_m + g_{ds} + g_o}}} \left\{ g_{Lc} = \frac{1}{R_{Lc}} \right.$$

$$R_{in} = \frac{v_{in}}{i_{in}} = \frac{g_L + g_{ds}}{g_L \cdot (g_m + g_{ds} + g_o) + g_o \cdot g_{ds}} = \frac{1}{g_o} \cdot \frac{1 + g_L/g_{ds}}{1 + g_L/g_{Lc}}$$

$$R_{out} = \frac{v_{out}}{i_{out}} = \frac{g_m + g_{ds} + g_o}{g_L(g_m + g_{ds} + g_o) + g_o g_{ds}} = \frac{g_m + g_{ds} + g_o}{g_o \cdot g_{ds}} \cdot \frac{1}{1 + g_L/g_{Lc}}$$



### Interprétation :

Pour  $R_L$  faible, la résistance d'entrée vue depuis la source du transistor est  $1/g_m$ . En effet, si  $R_L$  est proche de  $0\Omega$ , le transistor est monté en diode. Dans ce cas, tout le courant injecté  $i_{in}$  se retrouve dans la charge  $R_L$  et le gain en courant est égal à 1.

Lorsque  $R_L$  devient de l'ordre de  $r_{ds}$ , le courant dans  $r_{ds}$  devient de l'ordre du courant dans  $R_L$ . En effet le courant  $i_{in}$  injecté passe dans  $R_L$  et entraîne une chute du potentiel sur le drain du transistor. Cette chute de potentiel se retrouve aux bornes de  $r_{ds}$  puisque le potentiel sur la source varie peu ( $R_{in}$  proche de  $1/g_m$ ). Comme  $r_{ds}$  et  $R_L$  sont du même ordre de grandeur et sont soumises à des différences de potentiels identiques, elles sont parcourues par un courant égal.

Si  $R_L$  continue d'augmenter, le courant dans  $r_{ds}$  augmente fortement. En d'autres termes, la chute de potentiel est très forte sur le drain du transistor et pour pouvoir faire passer le courant  $i_{in}$ , le transistor est obligé d'augmenter  $v_{gs}$ , donc de faire chuter de plus en plus fortement le potentiel de sa source ( $v_{in}$ ). Ainsi, pour un même courant  $i_{in}$  injecté,  $v_{in}$  devient de plus en plus élevé, i.e. la résistance d'entrée  $R_{in}$  augmente. D'autre part, un courant va prendre place dans  $R_O$  si  $v_{in}$  augmente.

Ce courant devient non négligeable pour  $R_L > R_{Lc}$ , et est fourni par  $i_{in}$ . A partir de là,  $A_i$  commence alors à chuter!

### Comportement hautes fréquences :

Le calcul simplifié des pôles de  $A_i$  (de  $Z_{in}$  et de  $Z_{out}$ ) donne :

$$p_d \cong - \frac{g_o \cdot g_{ds}}{g_o C_{DS} + g_m C'_L + g_{ds} C_{GS}} \cdot \frac{1 + \frac{g_L}{g_{Lc}}}{1 + \frac{g_L}{g_{Lcrit}}}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{\left\{ \begin{array}{l} g_L \rightarrow 0 \\ R_L \rightarrow \infty \end{array} \right.} p_{d\infty} \cong - \frac{g_o \cdot g_{ds}}{g_m \cdot C'_L} \\ \xrightarrow{\left\{ \begin{array}{l} g_L \rightarrow \infty \\ R_L \rightarrow 0 \end{array} \right.} p_{d0} \cong - \frac{g_m}{C_{DS} + C_{GS}} \end{cases}$$

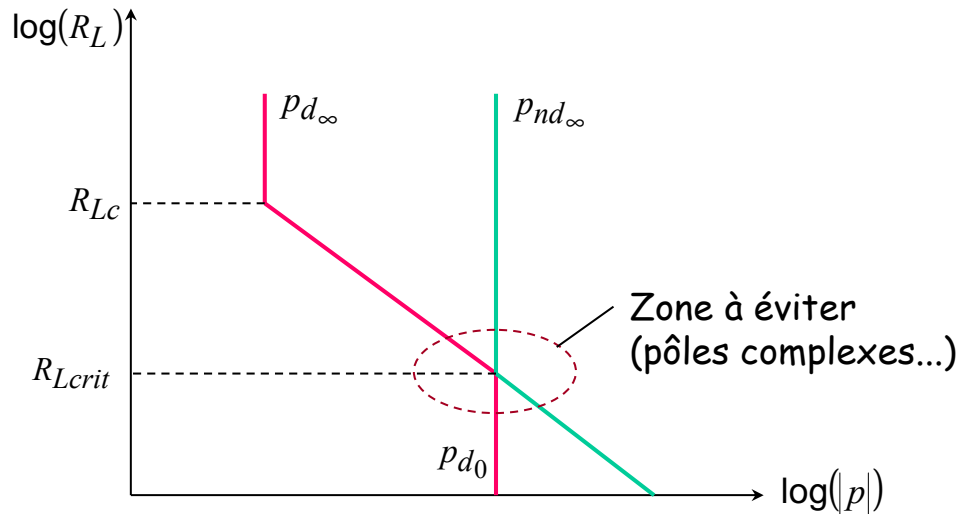
$$p_{nd} \cong - \frac{g_o C_{DS} + g_m C'_L + g_{ds} C_{GS}}{C_{GS} C_{DS} + C'_L C_{GS} + C'_L C_{DS}} \left( 1 + \frac{g_L}{g_{Lcrit}} \right)$$

$$\xrightarrow{\left\{ \begin{array}{l} g_L \rightarrow 0 \\ R_L \rightarrow \infty \end{array} \right.} p_{nd\infty} \cong \frac{-g_m}{C_{DS} + C_{GS}}$$

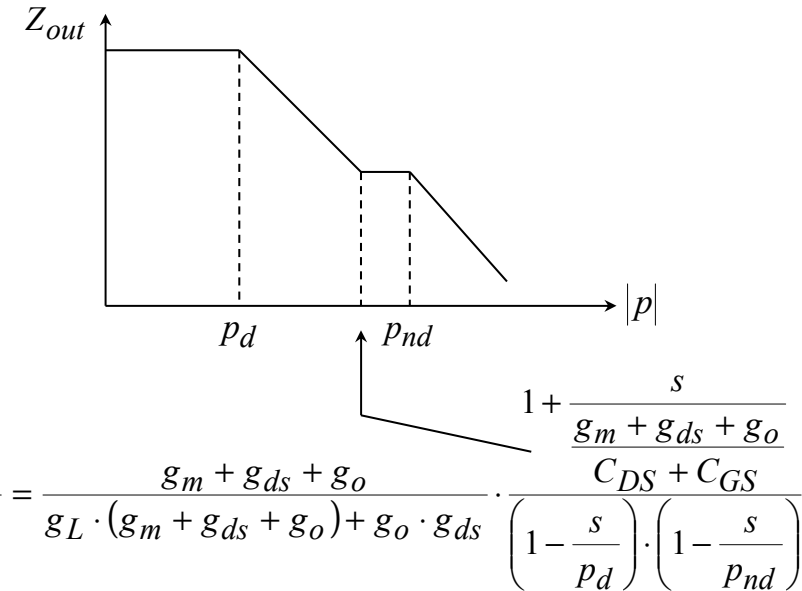
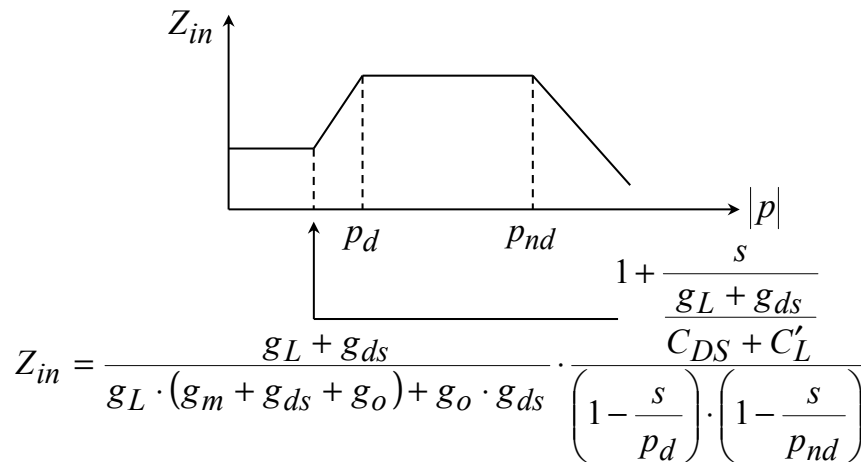
$$g_{Lc} = \frac{g_o \cdot g_{ds}}{g_m} \Leftrightarrow R_{Lc} = g_m \cdot r_{ds} \cdot R_O$$

$$g_{Lcrit} = \frac{g_o C_{DS} + g_m C'_L + g_{ds} C_{GS}}{C_{DS} + C_{GS}} \cong \frac{g_m \cdot C'_L}{C_{DS} + C_{GS}}$$

$$\Rightarrow R_{Lcrit} \cong \frac{1}{g_m} \cdot \frac{C_{DS} + C_{GS}}{C'_L}$$



### Impédances d'entrée et de sortie :



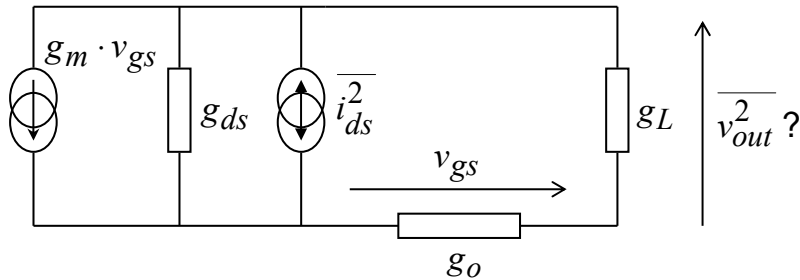
### c) Etude en bruit :

Il est possible d'étudier le bruit équivalent ramené à l'entrée en considérant le TMOS monté en cascode comme quadri-pôle. Cependant, pour l'étude à venir concernant l'étage amplificateur cascodé, il est plus intéressant de calculer la tension de bruit en sortie due au TMOS monté en cascode.



On se place à basses fréquences pour que le calcul soit praticable à la main, le calcul incluant les capacités n'apportant pas d'information supplémentaire significative.





On obtient facilement :

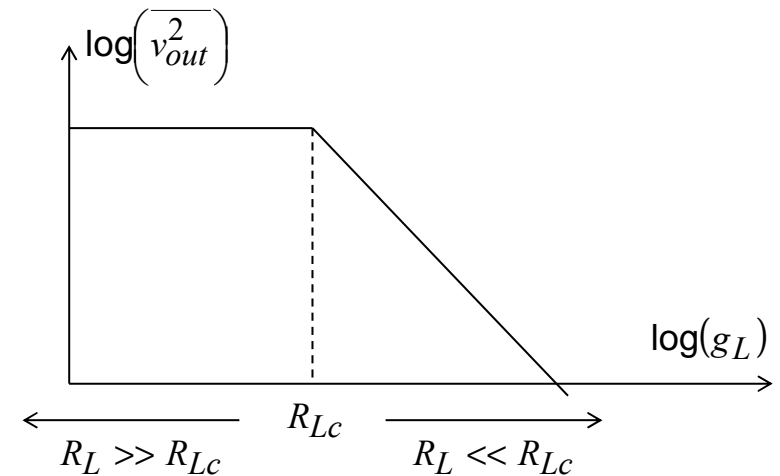
$$\overline{v_{out}^2} = \left[ \frac{g_o}{g_o \cdot g_{ds} + g_o \cdot g_L + g_L \cdot g_{ds} + g_m \cdot g_L} \right]^2 \cdot \overline{i_{ds}^2}$$

$$\overline{v_{out}^2} = \frac{(1/g_{ds})^2}{\left( 1 + \frac{g_L}{\frac{g_o \cdot g_{ds}}{g_o + g_{ds} + g_m}} \right)^2} \cdot \overline{i_{ds}^2}$$

On peut alors tracer  $\log(\overline{v_{out}^2})$  en fonction de  $\log(g_L)$

$$g_L \ll \frac{g_o \cdot g_{ds}}{g_o + g_{ds} + g_m} \Leftrightarrow R_L \gg R_{Lc} \approx g_m \cdot r_{ds} \cdot R_o \Rightarrow \overline{v_{out}^2} = \frac{\overline{i_{ds}^2}}{g_{ds}^2}$$

$$g_L \gg \frac{g_o \cdot g_{ds}}{g_o + g_{ds} + g_m} \Leftrightarrow R_L \ll R_{Lc} \Rightarrow \overline{v_{out}^2} = \left( \frac{g_o}{g_L} \right)^2 \frac{\overline{i_{ds}^2}}{(g_o + g_{ds} + g_m)^2}$$

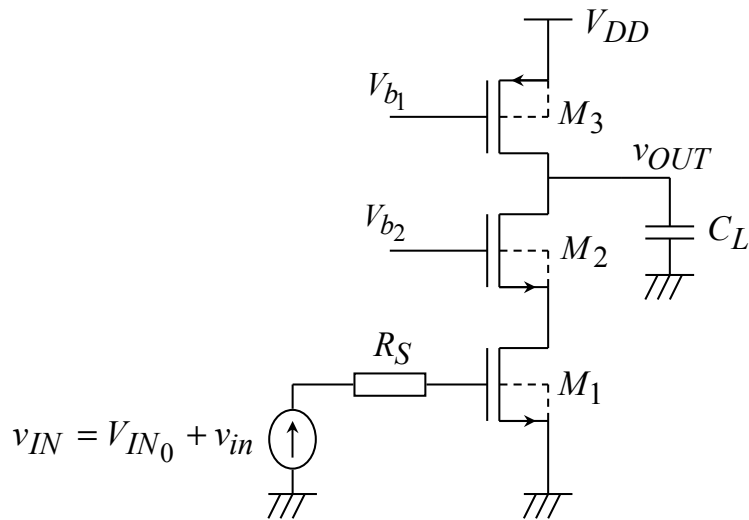


Lorsque la résistance de charge  $R_L$  est assez faible, le bruit du TMOS monté en cascode ne se voit pas en sortie de l'étage.

**N.B.:** Ceci n'est plus vrai lorsque  $R_L$  est grande. Dans ce cas, le TMOS cascodé contribue significativement au bruit de l'étage.

### II.3.2 Etage de gain cascodé :

L'étage amplificateur cascodé consiste à remplacer la source de courant attaquant le montage cascode par un TMOS afin d'attaquer l'étage par une tension. D'autre part, la charge  $R_L$  est remplacée par une charge active (i.e. un TMOS).



#### a) Etude larges signaux :

##### Point de polarisation :

Du point de vue de la polarisation  $M_3$  peut être vu comme une source de courant. Il impose donc son courant dans l'étage :

$$I_3 = \frac{1}{2} \cdot K P_p \cdot \frac{W_3}{L_3} \cdot (V_{b1} - V_{DD} - V_{T_p})^2$$

Ainsi, le point de polarisation de la source en entrée,  $V_{IN0}$ , doit être appairé à ce courant  $I_3$ , tel que :

$$I_1 = I_3 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot K P_n \cdot \frac{W_1}{L_1} \cdot (V_{IN0} - V_{T_n})^2 = \frac{1}{2} \cdot K P_p \cdot \frac{W_3}{L_3} \cdot (V_{b1} - V_{DD} - V_{T_p})^2$$

D'autre part, pour que  $M_1$  reste en saturation,  $V_{b2}$ ,  $W_1/L_1$  et  $W_2/L_2$  doivent être choisis tels que :

$$V_{DS1} \geq V_{DS_{sat1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot I_3}{K P_n W_1 / L_1}} \quad \text{avec} \quad V_{b2} - V_{DS1} = V_{T_n} + \sqrt{\frac{2 \cdot I_3}{K P_n W_2 / L_2}}$$

Soit

$$V_{b2} \geq V_{T_n} + \sqrt{\frac{2 \cdot I_3}{K P_n \cdot W_2 / L_2}} + \sqrt{\frac{2 \cdot I_3}{K P_n \cdot W_1 / L_1}}$$

##### Dynamique de sortie :

La dynamique de sortie correspond à la plage sur laquelle  $v_{OUT}$  peut varier sans que le gain de l'étage soit affecté. Ceci implique que  $M_2$  et  $M_3$  restent en saturation, i.e.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Pour } M_2 : V_{DS2} = v_{OUT} - V_{S2} \geq V_{DS_{sat2}} = V_{b2} - V_{S2} - V_{T_n} \\ \text{Pour } M_3 : V_{DS3} = v_{OUT} - V_{DD} \leq V_{DS_{sat3}} = V_{b1} - V_{DD} - V_{T_p} \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow V_{b2} - V_{T_n} \leq v_{OUT} \leq V_{b1} - V_{T_p}$$

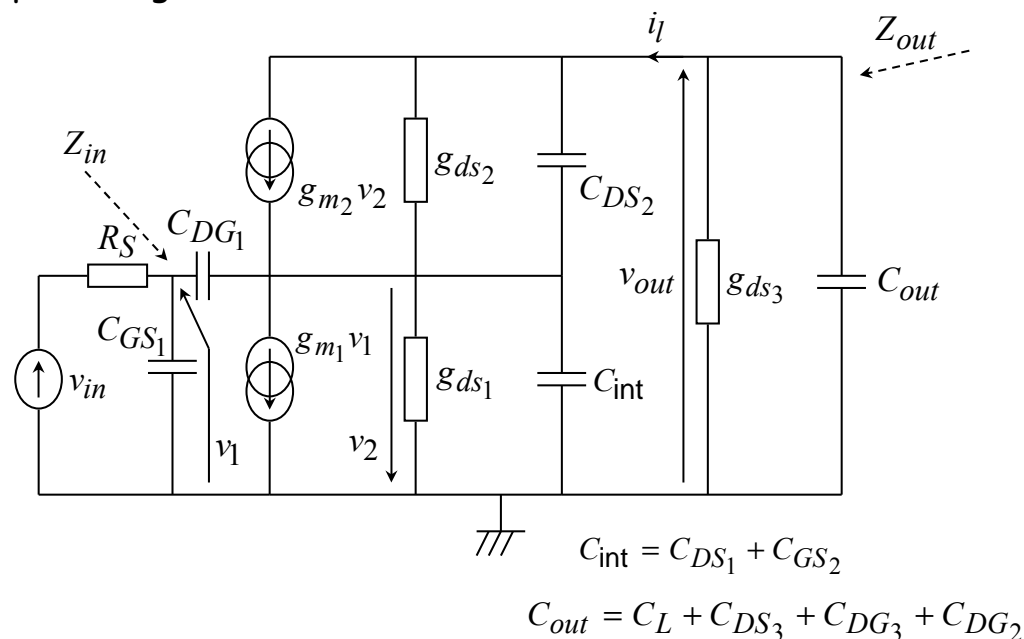
L'amplitude de la dynamique de sortie vaut donc

$$OUT_+ - OUT_- = V_{b1} - V_{b2} + V_{Tn} - V_{Tp}$$

N.B. : Cette amplitude peut être assez restreinte!

### b) Etude petits signaux :

Elle est similaire à celle effectuée pour le montage cascode avec  $R_O = r_{ds1}$ ,  $R_L = r_{ds3}, \dots$ . On obtient donc comme schéma petits signaux :



### Etude à basses fréquences :

Pour obtenir le gain en tension à basses fréquences, il suffit de prendre la formule obtenue pour le gain en courant  $A_i$  et de remplacer  $i_{in}$  par  $g_{m1} \cdot v_{in}$  et  $i_l$  par  $-g_{ds3} \cdot v_{out}$ . On obtient :

$$A_i = \frac{i_l}{i_{in}} = \frac{-g_{ds3} \cdot v_{out}}{g_{m1} \cdot v_{in}} = \frac{(g_{m2} + g_{ds2}) \cdot g_{ds3}}{g_{ds3} \cdot (g_{m2} + g_{ds2} + g_{ds1}) + g_{ds1} \cdot g_{ds2}} \cong 1$$

$$A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}} \cong -\frac{g_{m1}}{g_{ds3}}$$

L'intérêt d'utiliser un montage amplificateur cascodé semble donc limité puisque le gain statique est sensiblement égal au gain d'un étage amplificateur à deux transistors (un monté en transconducteur et un monté en charge active).

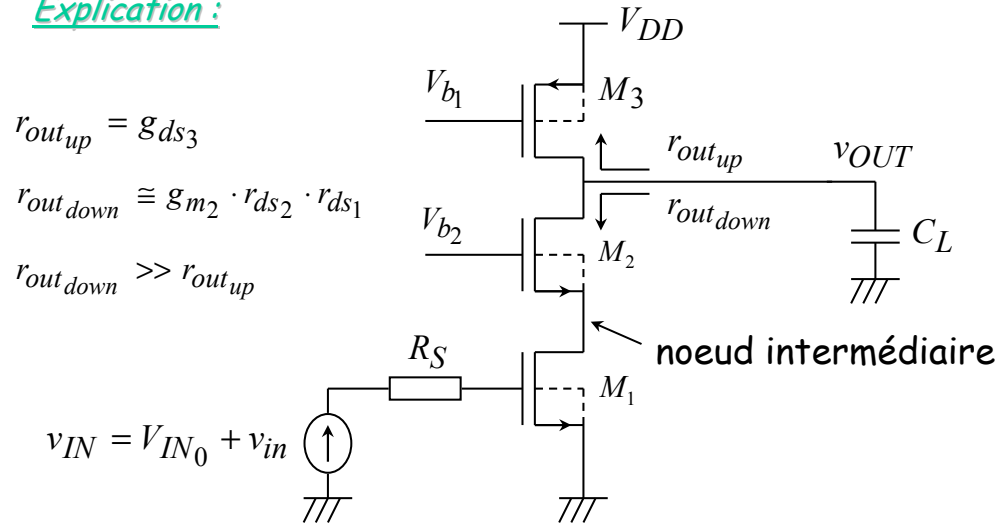
$$A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}} \cong -\frac{g_{m1}}{g_{ds3}}$$

*Amplificateur cascodé  
à charge active*

$$A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}} \cong -\frac{g_{m1}}{g_{ds1} + g_{ds2}}$$

*Amplificateur classique  
à charge active*

Explication :

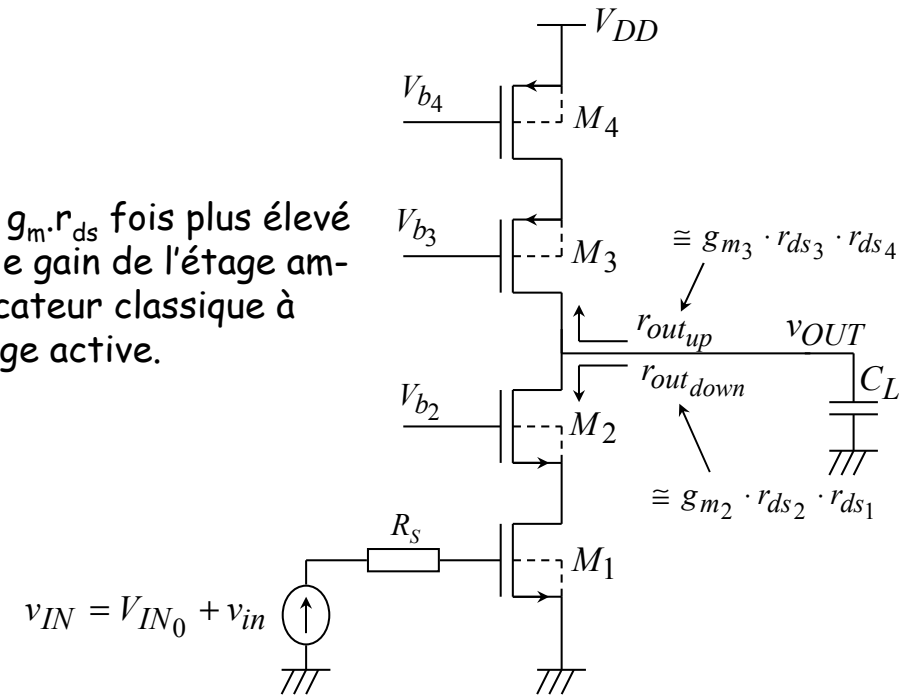


Le « petit courant »  $g_{m1} \cdot v_{in}$  injecté par le transconducteur  $M_1$  dans l'étage se retrouve aux bornes de la résistance  $r_{out_{up}} // r_{out_{down}} \approx r_{out_{up}}$  et produit une tension :

$$v_{out} \approx -g_{m1} \cdot r_{out_{up}} = -\frac{g_{m1}}{g_{ds3}}$$

➡ Pour tirer profit du montage cascodé, il faut utiliser une charge active cascodée!

Gain  $g_m \cdot r_{ds}$  fois plus élevé que le gain de l'étage amplificateur classique à charge active.



$$A_v \cong \frac{-g_{m1}}{(g_{m2} r_{ds2} r_{ds1} // g_{m3} r_{ds3} r_{ds4})^{-1}}$$

### Etude en fréquences :

L'étage possédant trois noeuds, le noeud d'entrée (grille de  $M_1$ ), le noeud de sortie et le noeud intermédiaire (drain de  $M_1$ ), c'est un système à trois pôles! En fait, la résistance vue sur le noeud intermédiaire est faible, comprise entre  $1/g_{m2}$  (lorsque  $r_{ds3}$  est petit) et  $r_{ds1}$  (lorsque  $r_{ds3}$  est très grande), si bien que le pôle issu de ce noeud est généralement éloigné, placé en troisième position.

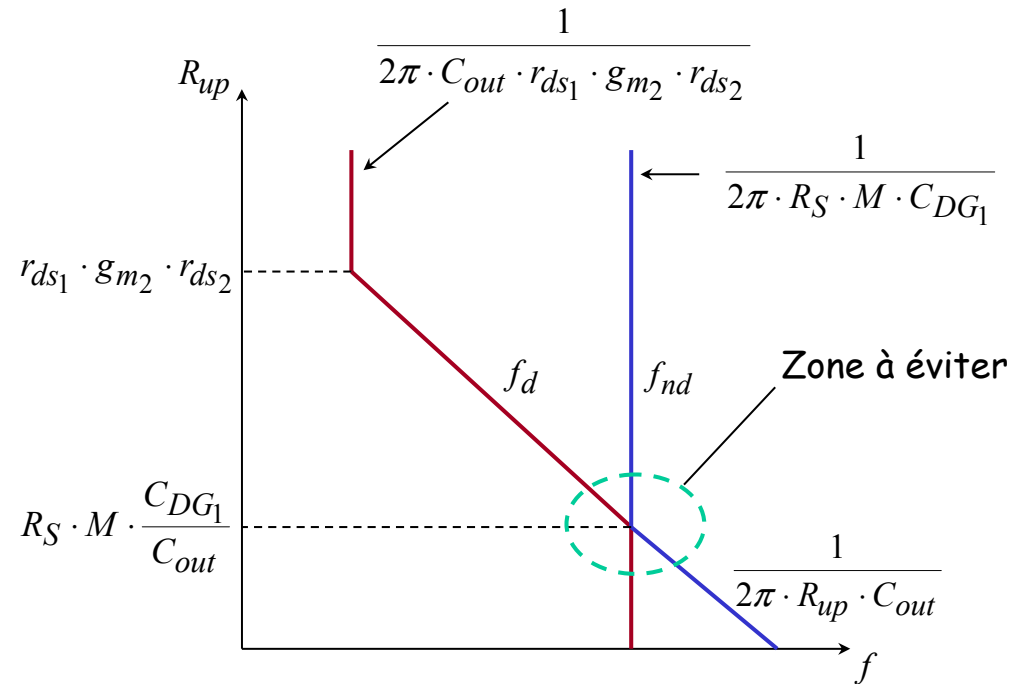
Pour le noeud d'entrée, la difficulté est de savoir si  $C_{DG1}$  est rabattue ou non par effet Miller pour s'ajouter à  $C_{GS1}$ . Dans ce cas le noeud d'entrée déterminerait le pôle dominant. Dans l'autre cas, ce serait le noeud de sortie qui le déterminerait.

Pour étudier ce point, nous pouvons calculer la fonction de transfert du schéma petits signaux en ne considérant que les capacités  $C_{DG1}$  et  $C_{out}$ . En notant  $g_{up}$  l'impédance de la charge active, le calcul donne :

$$A_v = \frac{-g_{m1} \cdot g_{m2} \cdot \left(1 - \frac{s}{g_{m1}/C_{DG1}}\right)}{(g_{ds1}g_{ds2} + g_{m2}g_{up}) + (g_{m2}C_{out} + g_{DG1}C_{DG1})s + F_S C_{out} C_{DG1} s^2}$$

avec 
$$\begin{cases} g_{DG1} = F_S \cdot g_{up} + (1 + g_{m1} R_S) \cdot g_{ds2} \\ F_S = 1 + M \cdot g_{m2} R_S \text{ et } M = 1 + \frac{g_{m1}}{g_{m2}} \end{cases}$$

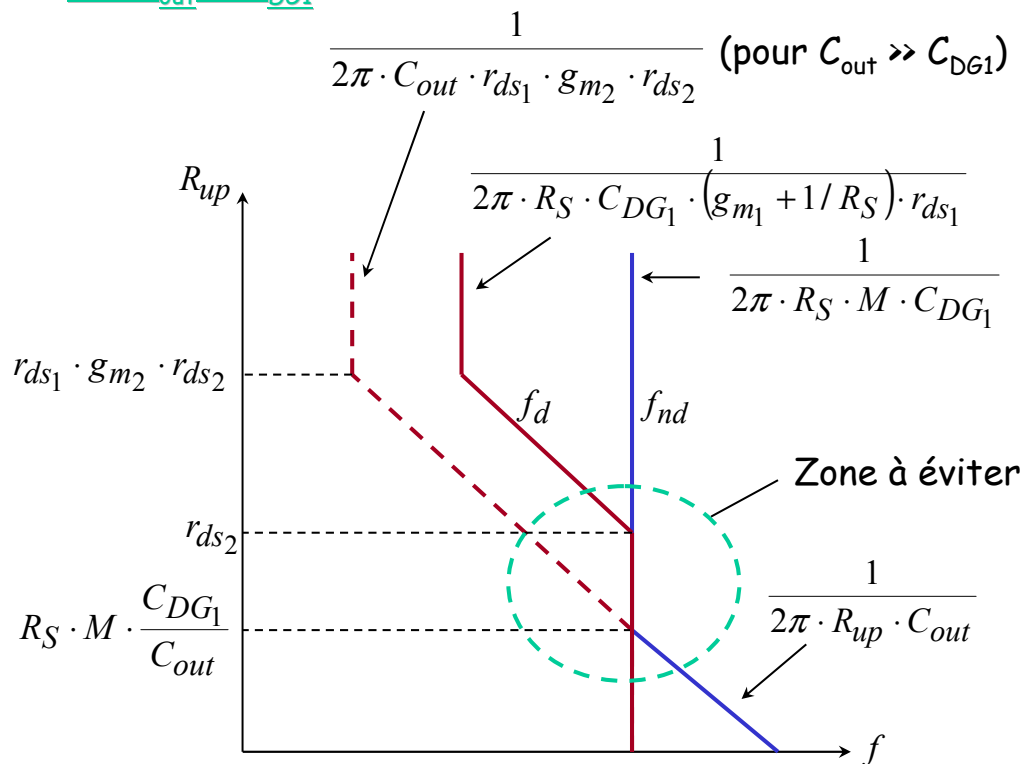
### Cas $C_{out} \gg C_{DG1}$



Dans le cas où la capacité en sortie est très grande, le pôle dominant ( $1/r_{out} \cdot C_{out}$ ) est déterminé par le noeud de sortie si  $R_{up}$  est très élevée. En revanche, il est déterminé par le noeud d'entrée ( $1/R_S \cdot M \cdot C_{DG1}$ ) si  $R_{up}$  est très faible. En effet si  $R_{up}$  est très faible  $r_{out}$  est de l'ordre de  $R_{up}$  et  $1/r_{out} \cdot C_{out}$  est très grand (pôle non dominant). Le pôle dominant est alors déterminé par le noeud d'entrée et vaut  $1/R_S \cdot M \cdot C_{DG1}$  avec  $M=1+g_{m1}/g_{m2} \approx 2$  à 3. Ceci est normal puisque la résistance vue au noeud intermédiaire n'est que de  $1/g_{m2}$  pour  $R_{up}$  faible et l'effet Miller se trouve réduit au facteur  $M=1+g_{m1}/g_{m2}$ . Cependant, la résistance vue au noeud intermédiaire vaut  $r_{ds1}$  lorsque  $R_{up}$  est très grand. Ainsi, l'effet Miller devrait rabattre la capacité  $C_{DG1}$  en la multipliant par  $1+g_{m1} \cdot r_{ds1}$  ce qui est grand! Or, le calcul montre que pour  $R_{up}$  grand et  $C_{out}$  grand, l'effet Miller sur  $C_{DG1}$  n'est que de  $M=1+g_{m1}/g_{m2}$ ! En effet, comme  $C_{out}$  et  $R_{out}=R_{up}$  sont grands, le pôle dominant est nécessairement déterminé par  $1/r_{out} \cdot C_{out}$ . Mais alors, à la fréquence où le pôle non dominant entre en jeu, le gain a déjà fortement baissé et l'impédance de sortie est faible. Tout se passe comme si « $R_{up}$ » était faible et à cette fréquence, l'impédance vue du noeud intermédiaire est faible, de l'ordre de  $1/g_{m2}$ . *Ceci explique que  $C_{DG1}$  n'est pas soumise à l'effet Miller ( $g_{m1} \cdot r_{ds1}$ ) pour  $R_{up}$  très grand.*

→ Le montage cascode permet d'éliminer l'effet Miller

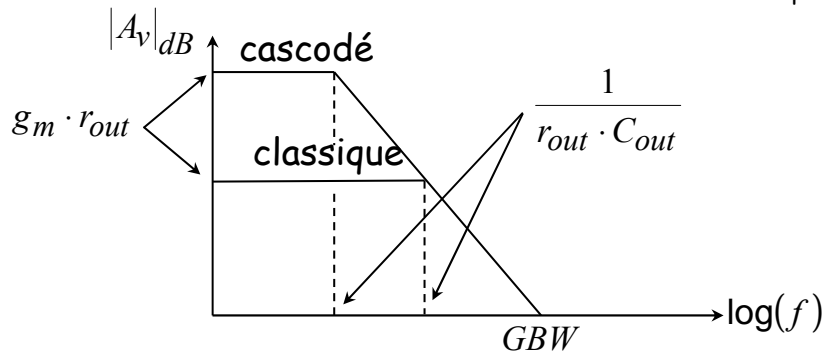
Cas  $C_{out} \ll C_{DG1}$



Pour  $C_{DG1} \gg C_{out}$ , l'effet Miller sur  $C_{DG1}$  entre en jeu avant que le pôle du noeud de sortie ne coupe. Ainsi, le pôle dominant est déterminé par  $1/R_S \cdot g_{m1} \cdot r_{ds1} \cdot C_{DG1}$  pour  $R_{up}$  très grand. L'effet Miller est bien de  $g_{m1} \cdot r_{ds1}$  (gain entre le noeud intermédiaire et l'entrée).

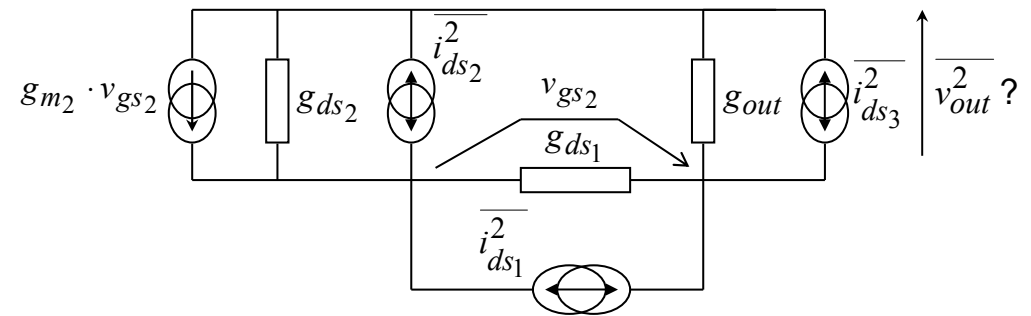
### Récapitulatif :

- 1) L'étage amplificateur cascodé permet d'avoir un très fort gain statique (si  $R_{up}$  est élevé). En général, on se trouve dans le cas où la capacité de charge est élevée. Ainsi, le pôle dominant est déterminé par le noeud de sortie et l'effet Miller est éliminé sur la capacité grille-drain du transistor d'entrée.
- 2) Les zones où  $R_{up}$  a une valeur intermédiaire sont à éviter car il y a risque d'oscillations de la réponse temporelle de l'étage à cause de la présence de pôles complexes conjugués.
- 3) Pour les amplificateurs large bande, on s'accommode d'un gain relativement faible. Ce que l'on veut, c'est une grande bande passante. Ainsi on choisit une charge  $R_L$  faible et le pôle dominant est déterminé par le noeud d'entrée. Comme il n'est pas soumis à l'effet Miller, la bande passante sera très élevée.
- 4) Comparaison Etage Amplificateur Classique à Charge Active avec Etage Amplificateur Cascodé avec  $R_{up}$  grand :



### c) Etude en bruit :

L'étude en bruit se mène comme habituellement. Pour simplifier les calculs, nous ne considérons que le cas des basses fréquences. Nous calculons la tension de bruit en sortie (par exemple) pour l'entrée court-circuitée ( $v_{gs1} = 0$ ).



Après quelques calculs, on obtient facilement :

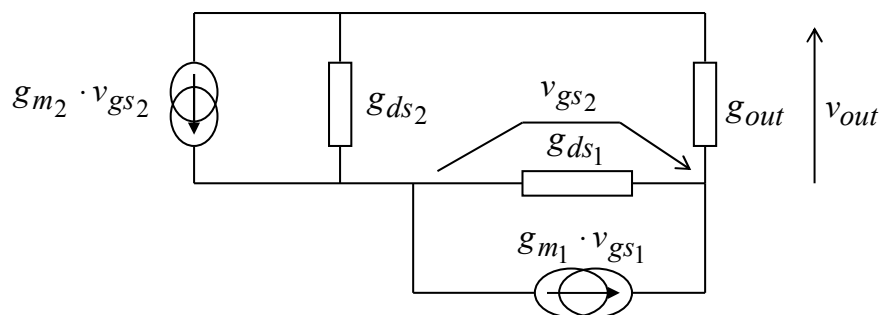
$$\overline{v_{out}^2} = \frac{(g_{m2} + g_{ds2})^2 \cdot \overline{i_{ds1}^2} + g_{ds1}^2 \cdot \overline{i_{ds2}^2} + (g_{ds1} + g_{ds2} + g_{m2})^2 \cdot \overline{i_{ds3}^2}}{[(g_{ds2} + g_{ds3}) \cdot g_{ds1} + (g_{m2} + g_{ds2}) \cdot g_{ds3}]^2}$$

$$\Rightarrow \overline{v_{out}^2} \cong \frac{\overline{i_{ds1}^2}}{g_{ds3}^2} + \left( \frac{g_{ds1}}{g_{ds3}} \right)^2 \cdot \frac{\overline{i_{ds2}^2}}{g_{m2}^2} + \frac{\overline{i_{ds3}^2}}{g_{ds3}^2}$$



→ Si  $r_{ds3}$  est très élevé ( $\gg r_{ds1}$ ), M2 peut contribuer de manière significative au bruit en sortie.

Le gain en tension  $v_{out}/v_{gs1}$  se calcule facilement :



$$\frac{v_{out}}{v_{gs1}} = - \frac{g_{m1} \cdot (g_{m2} + g_{ds2})}{g_{ds1} \cdot (g_{ds2} + g_{ds3}) + g_{ds3} \cdot (g_{m2} + g_{ds2})}$$

On en déduit la tension de bruit de l'étage amplificateur cascodé équivalent ramené à l'entrée :

$$\Rightarrow E_{eq} = \frac{\overline{i_{ds1}^2}}{g_{m1}^2} + \frac{g_{ds1}^2}{g_{m1}^2 \cdot (g_{m2} + g_{ds2})^2} \cdot \overline{i_{ds2}^2} + \frac{(g_{m2} + g_{ds2} + g_{ds1})^2}{g_{m1}^2 \cdot (g_{m2} + g_{ds2})^2} \cdot \overline{i_{ds3}^2}$$

Soit, en ne considérant que le bruit thermique :

$$\Rightarrow E_{eq} \cong \frac{8}{3} \cdot k \cdot T \cdot \frac{1}{g_{m1}} + \frac{1}{(g_{m1} / g_{ds1})^2 \cdot g_{m2}} + \frac{1}{g_{m1}} \cdot \frac{g_{m3}}{g_{m1}}$$

$$\Rightarrow E_{eq} \cong \frac{8}{3} \cdot k \cdot T \cdot \frac{1}{g_{m1}} \left( 1 + \frac{g_{m3}}{g_{m1}} \right)$$

→ Le transistor cascodé, M2, ne contribue pas significativement au bruit ramené à l'entrée.

→ Ramené à l'entrée, le bruit d'un étage amplificateur cascodé est le même que le bruit d'un étage amplificateur simple à deux TMOS.

Avec l'élimination de l'effet Miller, ce résultat est un des grands avantages du montage cascode. L'ajout d'un TMOS n'entraîne pas une augmentation du bruit!

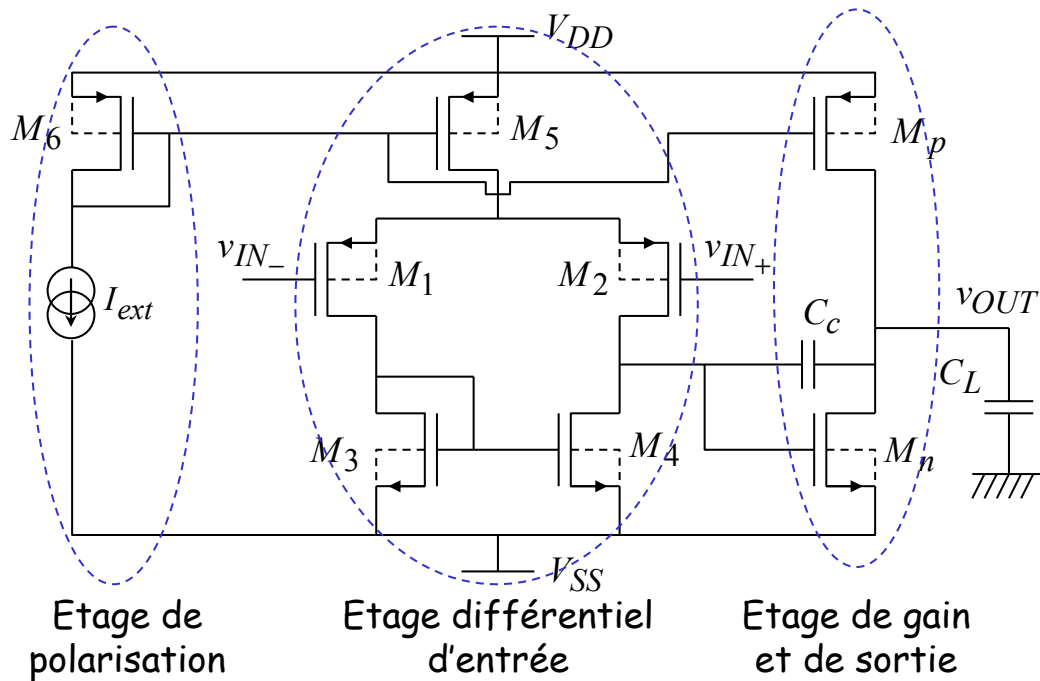
Explication :

Lorsque  $r_{ds3}$  est faible, nous avons déjà vu que le bruit dû à M2 est négligeable en sortie. A fortiori, ramené à l'entrée, il l'est aussi. En revanche, lorsque  $r_{ds3}$  augmente, nous avons noté que le bruit en sortie dû à M2 devenait de plus en plus important. Cependant, en même temps, le gain en tension devient très élevé lorsque  $r_{ds3}$  est très grande. Ainsi, ramené à l'entrée, le bruit dû à M2 reste toujours négligeable face au bruit dû à M1 et M3.

suite

### III. OTA à compensation Miller

#### III.1. Rappels sur l'OTA :



L'étage différentiel sert à amplifier la différence de tensions  $v_{in+} - v_{in-}$  en entrée et à rejeter la tension de mode commun  $\frac{1}{2}(v_{in+} + v_{in-})$ . L'étage de sortie « termine » l'amplification du mode différentiel.

Les équations de conception se déduisent de celles des différents étages :

#### Dynamique d'entrée en mode commun :

Il s'agit de celle de l'étage différentiel d'entrée :

$$\begin{aligned} CMR_+ &= V_{DD} + V_{T_p} + V_{DS_{sat}}(M_5) + V_{DS_{sat}}(M_1) \\ &= V_{DD} + V_{T_p} - \sqrt{\frac{2 \cdot I_5}{K P_p \cdot W_5 / L_5}} - \sqrt{\frac{I_5}{K P_p \cdot W_1 / L_1}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CMR_- &= V_{SS} + V_{T_p} + V_{T_n} + V_{DS_{sat}}(M_3) \\ &= V_{SS} + V_{T_p} + V_{T_n} + \sqrt{\frac{I_5}{K P_n \cdot W_3 / L_3}} \end{aligned}$$

#### Dynamique de sortie :

Il s'agit de celle de l'étage de sortie :

$$OUT_- = V_{SS} + \sqrt{\frac{2 \cdot I_p}{K P_n \cdot W_n / L_n}} \quad OUT_+ = V_{DD} - \sqrt{\frac{2 \cdot I_p}{K P_p \cdot W_p / L_p}}$$

#### Annulation de l'offset systématique :

$$V_{GS}(M_3) = V_{GS}(M_n) \Leftrightarrow I_p = \frac{W_n / L_n}{W_3 / L_3} \cdot \frac{I_5}{2}$$

### Offset aléatoire :

Il est minimisé en dessinant la paire d'entrée M1/M2 selon une configuration common-centroïd, et en choisissant les transconductances de M1/M2 et M3/M4 de telle sorte que  $g_{m1} \gg g_{m3}$ .

### Gain statique :

$$A_{v0} = A_{v1} \cdot A_{v2}$$

$$A_{v1} = -\frac{g_{m1}}{g_{ds1} + g_{ds3}} = -\frac{\sqrt{KP_p \cdot \frac{W_1}{L_1} \cdot I_5}}{\frac{I_5}{2} \cdot \left( \frac{1}{V_{E_p} \cdot L_1} + \frac{1}{V_{E_n} \cdot L_3} \right)}$$

$$A_{v2} = -\frac{g_{m_n}}{g_{ds_n} + g_{ds_p}} = -\frac{\sqrt{2 \cdot KP_n \cdot \frac{W_n}{L_n} \cdot I_p}}{I_p \cdot \left( \frac{1}{V_{E_n} \cdot L_n} + \frac{1}{V_{E_p} \cdot L_p} \right)}$$

### Réponse en fréquences (pôles et zéros) :

Le circuit comporte trois nœuds, celui en sortie de l'étage différentiel, celui en sortie de l'OTA et celui sur le drain de M3.

Le nœud en sortie de l'étage différentiel fournit le pôle dominant en raison de la capacité  $C_c$  qui est rabattue par effet Miller. La fréquence de coupure associée est :

$$f_d = \frac{g_{ds2} + g_{ds4}}{2 \cdot \pi \cdot |A_{v2}| \cdot C_c} = \frac{g_{ds1} + g_{ds3}}{2 \cdot \pi \cdot |A_{v2}| \cdot C_c} \quad \text{et} \quad p_d = -2 \cdot \pi \cdot f_d$$

A la fréquence où le nœud de sortie coupe, la capacité  $C_c$  se comporte comme un « fil ». Par conséquent, à cette fréquence  $M_n$  est monté en diode. On voit donc sur le nœud de sortie une conductance  $g_{mn}$  en parallèle avec  $g_{dsp}$  (négligeable devant  $g_{mn}$ ) et le pôle associé à ce nœud est donc donné par :

$$p_{nd1} = -\frac{g_{m_n}}{C_L + C_{DS_n} + C_{DS_p} + C_{GS_p}} \approx -\frac{g_{m_n}}{C_L}$$

↑  
très souvent

Sur le drain de M3, qui est monté en diode, on voit la conductance  $g_{m3}$  (en parallèle avec  $g_{ds1}$  qui est négligeable) et la capacité  $C_{DS1} + C_{DS3} + 2C_{GS3}$ . Le pôle associé est donc donné par :

$$p_{nd2} = -\frac{g_{m3}}{C_{DS1} + C_{DS3} + 2 \cdot C_{GS3}}$$

Très souvent la capacité  $C_L$  est beaucoup plus élevée que la somme  $C_{DS1} + C_{DS3} + 2C_{GS3}$ . C'est alors le pôle sur le nœud de sortie qui est le premier pôle non dominant (i.e. le second pôle de l'OTA). Néanmoins, dans certains cas, et notamment lorsque l'on conçoit l'OTA pour qu'il présente un faible bruit en  $1/f$ , les transistors M1/M2/M3 et M4 sont assez grands et présentent de fortes capacités parasites. Le pôle sur le drain de M3 est alors le second pôle (premier pôle non dominant), le pôle dû au nœud de sortie étant dans ce cas le troisième pôle.

Pour passer du premier étage au second, le signal a deux possibilités, soit par la transconductance  $g_{mn}$ , soit directement par la capacité  $C_c$ , i.e. par la conductance  $sC_c$ . La « compétition » entre ces deux (trans)conductances conduit à un zéro de transmission positif donné par :

$$z_t = \frac{g_{m_n}}{2 \cdot \pi \cdot C_c}$$

Attention, comme ce zéro est positif (dans le demi-plan de droite), il déphase le signal négativement. En d'autres termes, il réduit la marge de phase. Il faudra donc le placer assez « loin » du GBW pour réduire son influence négative sur la marge de phase.

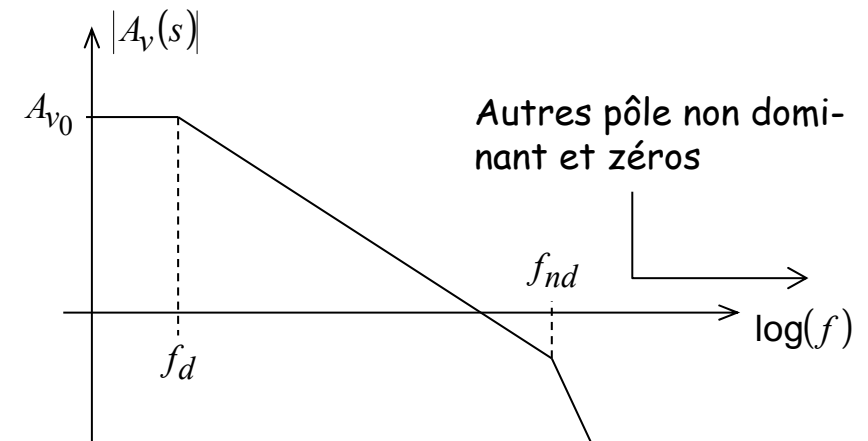
Comme le pôle dû au nœud sur le drain de M3 n'agit que sur la moitié du signal d'entrée, i.e. sur le signal  $\varepsilon/2$  présent sur la grille de M1, il existe un zéro négatif (dans le demi-plan de gauche) à 2 fois le pôle non dominant associé au nœud sur le drain de M3 :

$$z_n = 2 \cdot p_{nd2}$$

Ce zéro est intéressant car il « redonne » de la phase (déphase positif du signal), i.e. qu'il compense partiellement le pôle non dominant  $p_{nd2}$ .

### Produit gain - bande passante et marge de phase :

On s'arrange toujours pour rendre l'OTA proche d'un système d'ordre 1 :



Le produit gain - bande passante est donné par :

$$GBW = A_{v0} \cdot f_d = A_{v1} \cdot A_{v2} \frac{g_{ds1} + g_{ds3}}{2 \cdot \pi \cdot |A_{v2}| \cdot C_c} = \frac{g_{m1}}{2 \cdot \pi \cdot C_c}$$

$$PM = \underbrace{90^\circ - \text{Atg}\left(\frac{GBW}{f_{nd1}}\right) - \text{Atg}\left(\frac{GBW}{z_t}\right) - \text{Atg}\left(\frac{GBW}{f_{nd2}}\right)}_{180^\circ - \text{Atg}\left(\frac{GBW}{f_d}\right)} + \underbrace{\text{Atg}\left(\frac{GBW}{z_n}\right)}_{\text{Atg}\left(\frac{GBW}{2 \cdot f_{nd2}}\right)}$$

En pratique, soit  $f_{nd1}$  et  $z_t$  dominant, on a alors :

$$PM \approx 90^\circ - \text{Atg}\left(\frac{GBW}{f_{nd1}}\right) - \text{Atg}\left(\frac{GBW}{z_t}\right)$$

→ formule vue en cours de TC.

soit  $f_{nd2}$  et  $z_n$  dominant et l'on a :

$$PM \approx 90^\circ - \text{Atg}\left(\frac{GBW}{f_{nd2}}\right) + \text{Atg}\left(\frac{GBW}{2 \cdot f_{nd2}}\right)$$

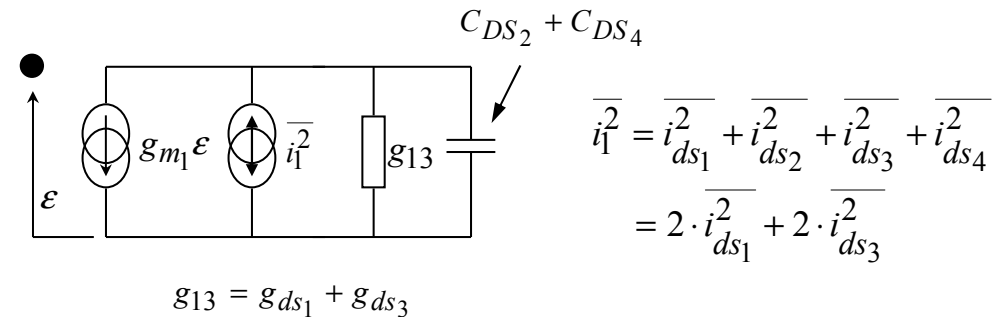
### III.2. Etude en bruit de l'OTA :

Le bruit de l'OTA Miller se calcule en considérant les sources de bruit de chacun des huit transistors.

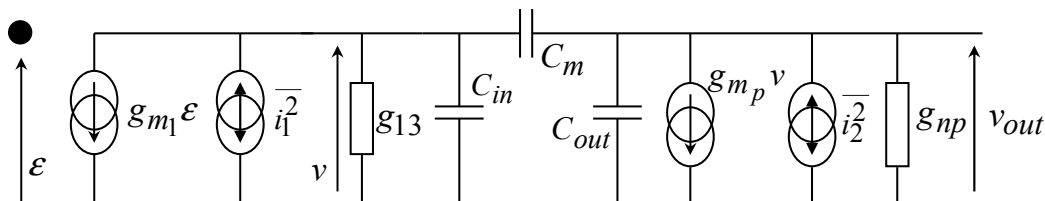
On remarque tout d'abord que le courant de bruit de M6 est miroité dans M5 et s'additionne au courant de bruit de M5. Le courant de bruit résultant subit le même traitement que le courant de bruit de M5 dans un étage différentiel. Sa contribution au bruit total sera donc très faible et nous le négligerons dans ce qui suit.

Nous allons d'autre part étudier le cas classique où le nœud de sortie représente le premier pôle non dominant. Nous verrons ensuite que dans les applications classiques d'instrumentation, seules les caractéristiques en bruit à basses fréquences sont importantes.

Par conséquent, nous négligeons le pôle dû au nœud sur le drain de M3 et le schéma petits signaux de l'étage différentiel d'entrée se réduit à :



Le schéma petits signaux de l'OTA incluant les sources de bruit est alors donné par :



$\overline{i_2^2} = \overline{i_n^2} + \overline{i_p^2}$  le courant de bruit dû à l'étage de gain,

$$g_{np} = g_{ds_n} + g_{ds_p}$$

$$C_m = C_c + C_{DG_n} \approx C_c$$

$$C_{in} = C_{DS_2} + C_{DS_4} + C_{GS_n}$$

$$C_{out} = C_{DS_n} + C_{DS_p} + C_L$$

Pour calculer la tension de bruit ramenée à l'entrée (le courant de bruit étant comme toujours négligeable à basses ou moyennes fréquences), il nous faut calculer la tension de bruit en sortie pour l'entrée court-circuitée ( $\varepsilon = 0$ ). Après quelques calculs, on trouve :

$$\overline{v_{out}^2} = \frac{\left| g_{m_p} - s \cdot C_m \right|^2 \cdot \overline{i_1^2} + \left| g_{13} + s \cdot (C_{in} + C_m) \right|^2 \cdot \overline{i_2^2}}{\left[ \underbrace{g_{np} + s(C_m + C_{out})}_{g_{13} \cdot g_{np} \cdot (1-s/p_d) \cdot (1-s/p_{nd})} \cdot \left| g_{13} + s(C_{in} + C_m) \right| + s C_m (g_{m_p} - s C_m) \right]^2}$$

Soit encore :

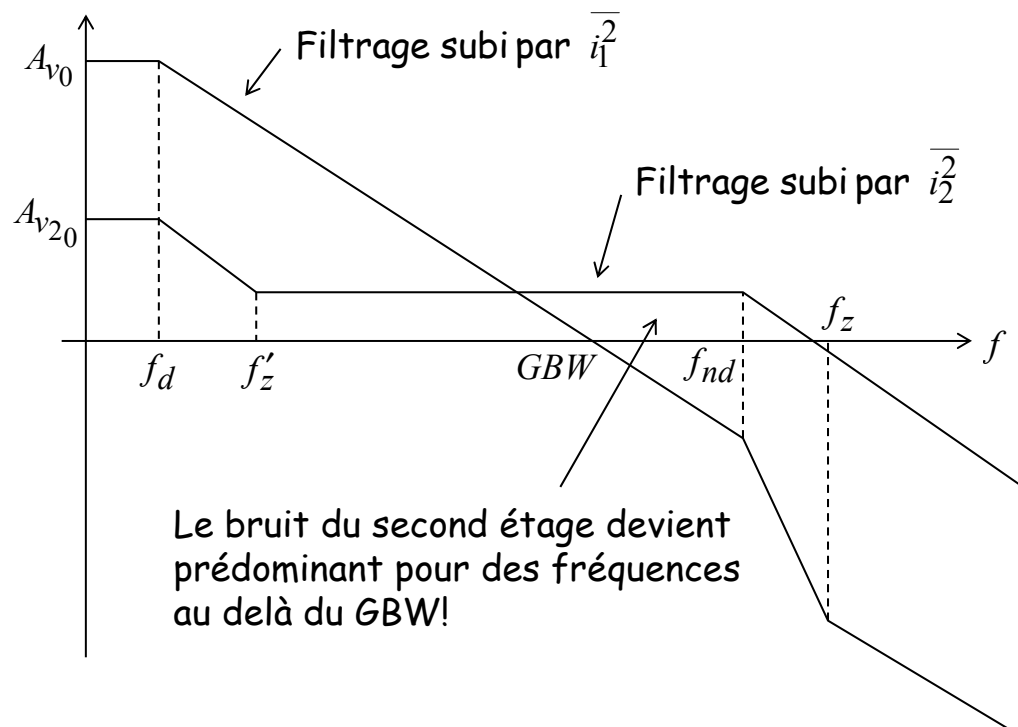
Un nouveau zéro :  $p'_z = -\frac{g_{13}}{C_{in} + C_m}$

$$\overline{v_{out}^2} = \underbrace{|A_v(s)|^2}_{\text{Gain de l'OTA}} \cdot \frac{\overline{i_1^2}}{g_{m_1}^2} + \underbrace{A_{v20}^2}_{\text{Gain statique du second étage}} \cdot \left| \frac{1 + s \cdot \frac{C_{in} + C_m}{g_{13}}}{(1-s/p_d) \cdot (1-s/p_{nd})} \right|^2 \cdot \frac{\overline{i_2^2}}{g_{m_p}^2}$$

→ En sortie, le bruit de l'étage différentiel se retrouve filtré par la fonction de transfert de l'OTA.

→ En revanche, le bruit du second étage se trouve lui aussi filtré mais avec une fonction de transfert possédant un zéro assez dominant!

La plupart du temps, ce zéro se trouve en deçà du GBW, et c'est le bruit de l'étage différentiel qui prédomine autour du GBW et au delà :



Néanmoins, bien souvent, on ne considère que le bruit de l'étage différentiel car dans une chaîne instrumentale, par exemple, on trouve la plupart du temps un filtre passe-bas qui coupe avant le GBW. Ainsi en sortie de la chaîne, le bruit dû au second étage est coupé.

Attention toutefois car tout dépend du système dans lequel est inclus l'OTA!

### Remarque :

Le bruit en  $1/f$  dû à l'étage de sortie est toujours négligeable par rapport au bruit en  $1/f$  dû à l'étage différentiel, car les bruits en  $1/f$  ne sont importants qu'à basses fréquences.

Pour le bruit thermique, tout dépend si on est au delà, ou en deçà du GBW.

### Bruit équivalent en entrée :

Il suffit de diviser le bruit en sortie par le module au carré de  $A_v(f)$  :

$$\overline{E_{eq}(s)} = \frac{\overline{i_1^2}}{g_{m1}^2} + \frac{1}{A_{v10}^2} \cdot \left| \frac{1 - s \cdot \frac{g_{mp}}{C_m}}{1 + s \cdot \frac{C_{in} + C_m}{g_{13}}} \right|^2 \cdot \frac{\overline{i_2^2}}{g_{mp}^2} \cong \frac{\overline{i_1^2}}{g_{m1}^2}$$

pour  $f < GBW$

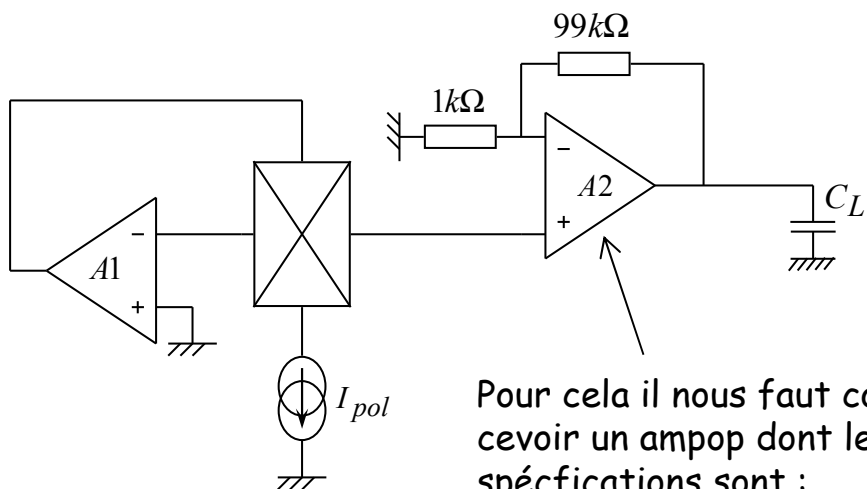
### Exercice :

Calculez le bruit ramené en entrée en considérant aussi toutes les capacités de l'étage différentiel et montrez que pour des fréquences inférieures au GBW, les conclusions précédentes restent valides, i.e. le bruit provient principalement du bruit à basses fréquences de l'étage différentiel d'entrée.



### III.3. Exemple de réalisation :

On désire réaliser un préamplificateur bas bruit destiné à amplifier le signal issu d'un capteur à effet Hall :



Pour cela il nous faut concevoir un ampop dont les spécifications sont :

$$\text{Bruit} < 5 \cdot 10^{-12} V^2 \text{ sur } [10^{-5}, 500 \text{ Hz}]$$

$$CMR_{\pm} \geq \pm 0,25 V$$

$$OUT_{\pm} \geq \pm 1,1 V$$

$$GBW \geq 2 \text{ MHz}$$

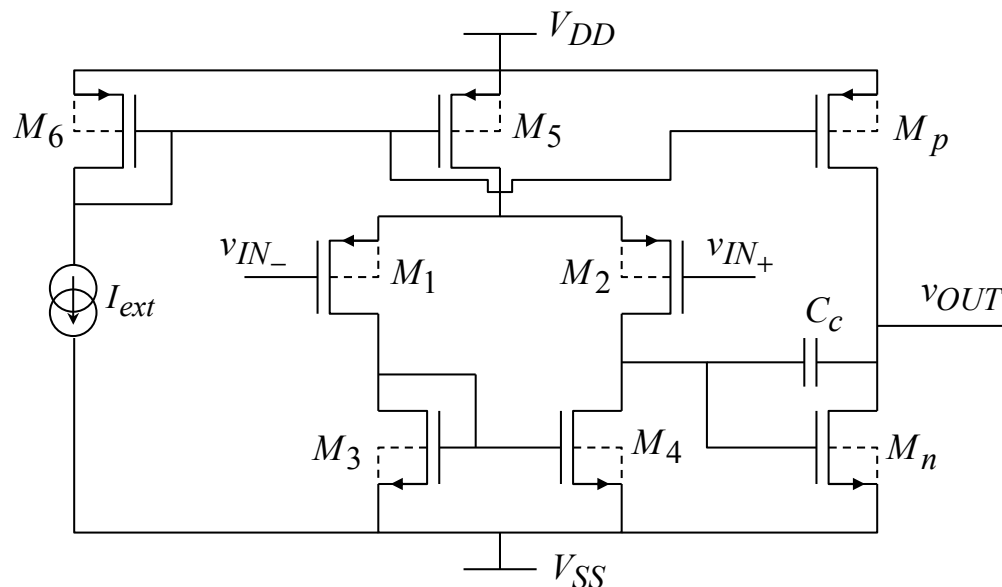
$$A_{v0} \geq 5000 = 74 \text{ dB}$$

$$\text{Offset} \leq \pm 5 \text{ mV}$$



Un OTA à compensation Miller à deux étages devrait suffire!

D'autre part, nous savons que la charge capacitive en sortie vaut environ  $C_L = 250 \text{ fF}$  (capa d'entrée de l'ampli qui suit).



La dynamique de sortie de l'ampop devant être d'au moins  $\pm 1,1 V$  et les réseaux de contre-réaction présentant une résistance de  $1 \text{ k}\Omega + 99 \text{ k}\Omega = 100 \text{ k}\Omega$ , le courant que l'étage de sortie doit être capable de fournir est de :

$$I_{out} \geq \frac{1,1}{100 \cdot 10^3} = 11 \mu A$$

Afin d'assurer la délivrance de ce courant, nous choisissons de polariser l'étage de sortie de l'OTA avec :

$$I_p = 100 \mu A$$

La connaissance du courant  $I_p$  et la condition sur  $OUT_+$  nous permettent de calculer des dimensions pour  $M_p$  :

$$OUT_+ \leq V_{DD} - \sqrt{\frac{2 \cdot I_p}{K P_p \cdot W_p / L_p}} \Rightarrow \frac{W_p}{L_p} \geq \frac{2 \cdot I_p}{K P_p \cdot (V_{DD} - OUT_+)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{W_p}{L_p} \geq \frac{2 \times 100 \cdot 10^{-6}}{46 \cdot 10^{-6} \cdot (1,65 - 1,1)^2} = 14,37$$

Afin de minimiser la surface occupée par  $M_p$ , on choisit  $L_p = 0,35 \mu m$ . Ainsi :

$$\Rightarrow \boxed{\frac{W_p}{L_p} = \frac{5}{0,35}} \quad \text{et} \quad V_{DS_{sat}}(M_p) = -\sqrt{\frac{2 \cdot I_p}{K P_p \cdot W_p / L_p}} = -0,55V$$

De même, la connaissance de  $I_p$  et la condition sur  $OUT_-$  permettent de dimensionner  $M_n$  :

$$OUT_- \geq V_{SS} + \sqrt{\frac{2 \cdot I_p}{K P_n \cdot W_n / L_n}} \Rightarrow \frac{W_n}{L_n} \geq \frac{2 \cdot I_p}{K P_n \cdot (OUT_- - V_{SS})^2}$$

$$\Rightarrow \frac{W_n}{L_n} \geq \frac{2 \times 100 \cdot 10^{-6}}{122 \cdot 10^{-6} \cdot (-1,1 + 1,65)^2} = 5,4 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{W_n}{L_n} = \frac{1,9}{0,35}}$$

Le bruit de l'AOP ramené en entrée doit être inférieur à  $5 \cdot 10^{-12} V^2$  sur la bande utile. En raison du gain de l'étage différentiel, le bruit ramené en entrée de l'étage de sortie est négligeable. Nous avons vu qu'il pouvait être important pour des fréquences au voisinage du GBW de l'AOP. Cependant, notre chaîne instrumentale qui doit avoir une bande passante de 500Hz possède un filtre antipliement qui coupe à 1,68kHz (c.f. cours RP-O4), bien en deçà du GBW de l'AOP. Ainsi, nous pouvons considérer comme négligeable le bruit dû à l'étage de sortie. Le bruit de l'AOP provient donc uniquement de l'étage différentiel d'entrée. Il est constitué d'un bruit thermique associé à un bruit en  $1/f$ .

Le bande utile étant à assez basses fréquences [0,500Hz], le bruit en  $1/f$  risque de prédominer. Ainsi, sur les  $5 \cdot 10^{-12} V^2$  de bruit permis en entrée sur [10<sup>-5</sup>,500Hz], nous allouerons  $4 \cdot 10^{-12} V^2$  au bruit en  $1/f$  et  $1 \cdot 10^{-12} V^2$  au bruit thermique :

$$\Rightarrow \langle E_{eqth}^2 \rangle = \frac{16}{3} \cdot \frac{k \cdot T}{g_{m1}} \cdot \left( 1 + \frac{g_{m3}}{g_{m1}} \right) \cdot B_{Hz} \leq 1 \cdot 10^{-12} V^2 / Hz$$

Bande de 500Hz

D'autre part, l'annulation de l'offset systématique impose que :

$$V_{DS_{sat}}(M_3) = V_{DS_{sat}}(M_n) = 1,65V - 1,1V = 550mV$$

$$CMR_- = V_{SS} + V_{T_p} + V_{T_n} + V_{DS_{sat}}(M_3) = -1,65 - 0,683 + 0,483 + 0,55$$

$$CMR_- = -1,3V < -0,25V$$

On sait aussi que les transistors M1 et M3 sont polarisés par le même courant  $I_5/2$ . Par conséquent :

$$\frac{g_{m3}}{g_{m1}} = \frac{\frac{2 \cdot \frac{I_5}{2}}{V_{GS1} - V_{Tp}}}{\frac{2 \cdot \frac{I_5}{2}}{V_{GS3} - V_{Tp}}} = \frac{V_{GS1} - V_{Tp}}{V_{GS3} - V_{Tp}} = \frac{V_{DSsat}(M_1)}{V_{DSsat}(M_3)}$$

On choisit de polariser M1 à la limite entre l'inversion modérée et l'inversion forte pour avoir un fort  $g_{m1}$ , sans trop de courant de polarisation, soit  $V_{DSsat}(M_1) = 100mV$ .

Ainsi,  $\frac{g_{m3}}{g_{m1}} = \frac{V_{DSsat}(M_1)}{V_{DSsat}(M_3)} = \frac{100}{550}$ , et l'on a :

$$\Rightarrow \langle E_{eqth}^2 \rangle = \frac{16}{3} \cdot \frac{k \cdot T}{g_{m1}} \cdot \left(1 + \frac{100}{550}\right) \times 500 \leq 1 \cdot 10^{-12} V^2 / Hz$$

$$\Rightarrow g_{m1} \geq 12,59 \mu S$$

Choisissons  $g_{m1} = 12,6 \mu S$ , nous pouvons alors calculer la valeur à donner à la capacité de compensation pour avoir un GBW de 2MHz :

$$GBW = \frac{g_{m1}}{2 \cdot \pi \cdot C_c} \Rightarrow C_c = \frac{g_{m1}}{2 \cdot \pi \cdot GBW} = \frac{12,6 \cdot 10^{-6}}{2 \times \pi \times 2 \cdot 10^6} = 1pF$$

D'autre part, pour le  $CMR_+$ , nous avons :

$$CMR_+ = V_{DD} + \overset{\curvearrowright}{V_{DSsat}(M_5)} + V_{Tp} + V_{DSsat}(M_1) = 1,65 - 0,55 - 0,683 - 0,1 = 0,317V > 0,25V$$

La condition sur le  $CMR_+$  est donc vérifiée. Si ça n'avait pas été le cas, il nous aurait fallu diminué le  $V_{DSsat}(M_5)$ , donc celui de  $M_p$  aussi,...

On peut maintenant calculer le courant  $I_5$ , puis les rapports W/L des paires de transistors M1/M2 et de M3/M4 :

$$g_{m1} = 12,6 \mu S = \frac{2 \times \frac{I_5}{2}}{V_{DSsat}(M_1)} = \frac{I_5}{0,1} \Rightarrow I_5 = 1,26 \mu A$$

$$V_{DSsat}(M_1) = 0,1V = \sqrt{\frac{2 \cdot I_5 / 2}{K P_p \cdot W_1 / L_1}} \Rightarrow \frac{W_1}{L_1} = \frac{1,26}{46 \times 0,01} = 2,74$$

$$V_{DSsat}(M_3) = 0,55V = \sqrt{\frac{2 \cdot I_5 / 2}{K P_n \cdot W_3 / L_3}} \Rightarrow \frac{W_3}{L_3} = \frac{1,26}{122 \times 0,55^2} = 0,034$$

Pour l'instant nous ne donnons pas de dimensions définitives à M1/M2 et M3/M4 car le bruit en 1/f de l'OTA dépend des  $L^2$  des transistors ! Ce bruit est donné par :

$$\overline{E_{eq1/f}^2} = 2 \cdot \frac{\overline{i_{ds1}^2} + \overline{i_{ds3}^2}}{g_{m1}^2} = \frac{2}{g_{m1}^2} \cdot \left[ \frac{KF_p \cdot (I_5/2)^{AF_p}}{C_{ox} \cdot L_1^2 \cdot f} + \frac{KF_n \cdot (I_5/2)^{AF_n}}{C_{ox} \cdot L_3^2 \cdot f} \right]$$

Sur la bande utile de  $[10^{-5}, 500\text{Hz}]$ , la puissance de bruit en 1/f s'exprime donc :

$$\begin{aligned} \langle E_{eq1/f} \rangle &= \frac{2}{g_{m1}^2} \cdot \left( \int_{10^{-5}}^{500} \overline{i_{ds1}^2} \cdot df + \int_{10^{-5}}^{500} \overline{i_{ds3}^2} \cdot df \right) \\ &\quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\ &\quad \frac{KF_p \cdot (I_5/2)^{AF_p}}{C_{ox} \cdot L_1^2} \times \ln\left(\frac{500}{10^{-5}}\right) \quad \frac{KF_n \cdot (I_5/2)^{AF_n}}{C_{ox} \cdot L_3^2} \times \ln\left(\frac{500}{10^{-5}}\right) \\ &\quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\ &\quad \frac{2,208 \cdot 10^{-20}}{L_1^2} \text{ en } V^2 \quad \frac{6,88 \cdot 10^{-20}}{L_3^2} \text{ en } V^2 \\ &\quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\ \frac{2}{g_{m1}^2} &= \frac{2}{(12,6 \cdot 10^{-6})^2} = 1,26 \cdot 10^{10} \text{ usi} \quad \text{où } L_i \text{ est en } \mu\text{m}. \end{aligned}$$

Le cahier des charges impose :

$$\langle E_{eq1/f} \rangle = \frac{2,78 \cdot 10^{-10}}{L_1^2} + \frac{8,67 \cdot 10^{-10}}{L_3^2} \leq 4 \cdot 10^{-12} V^2$$

On choisit par exemple d'équilibrer la « charge » sur chacun des deux termes :

$$\frac{2,78 \cdot 10^{-10}}{L_1^2} \leq 2 \cdot 10^{-12} V^2 \Rightarrow L_1^2 \geq 139 \Rightarrow L_1 \geq 11,8$$

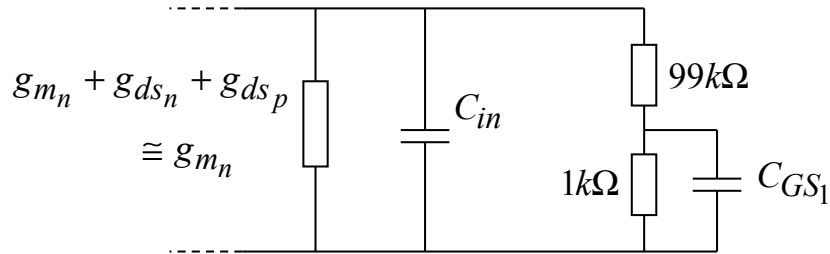
On choisit alors :  $L_1 = 12 \mu\text{m}$  et  $W_1 = 32,9 \mu\text{m}$

$$\frac{8,67 \cdot 10^{-10}}{L_3^2} \leq 2 \cdot 10^{-12} V^2 \Rightarrow L_3^2 \geq 433 \Rightarrow L_3 \geq 20,82$$

On choisit alors :  $L_3 = 21 \mu\text{m}$  et  $W_3 = 0,71 \mu\text{m}$

Il nous faut maintenant regarder la marge de phase de l'OTA pour savoir si ce dernier sera stable lorsqu'il sera bouclé en amplificateur. L'introduction du réseau résistif de contre-réaction conduit à la situation suivante en sortie, sachant qu'à la fréquence où les pôles en sortie entrent en jeu, Mn est monté en diode car  $C_c$  se comporte comme un fil :

sortie de l'étage  
différentiel



$$C_{in} \cong C_{DS4} + C_{DS2} + C_{DSn} + C_{DSP} + C_{GSn}$$

L'étage Mn/Mp est polarisé avec  $100\mu A$ , on a donc :

$$g_{m_n} = \frac{2 \times 100 \cdot 10^{-6}}{0,55} = 340 \mu S$$

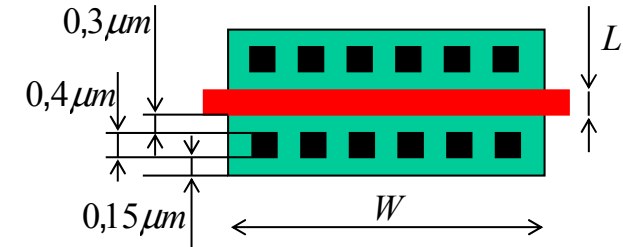
D'autre part, nous pouvons calculer les valeurs de  $C_{GS1}$  :

$$C_{GS1} = \frac{2}{3} \cdot C_{ox} \cdot W_1 \cdot L_1 = 0,67 \times 4,54 \times 12 \times 32,9 = 1200 fF = 1,2 pF$$

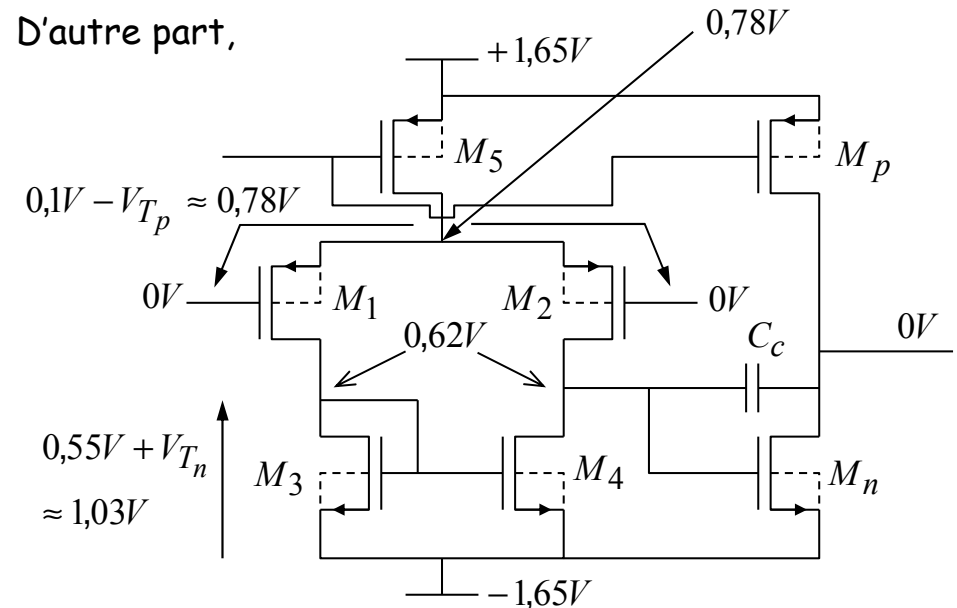
et  $C_{GSn}$  : 
$$C_{GSn} = \frac{2}{3} \cdot C_{ox} \cdot W_n \cdot L_n = 0,67 \times 4,54 \times 1,9 \times 0,35 = 2 fF$$

Pour calculer les valeurs des  $C_{DS}$ , il est nécessaire à priori de connaître les surfaces et périmètres des drains des transistors, donc leur layout, ainsi que leur état de polarisation.

En ce qui concerne leurs dimensions, on peut supposer que les transistors seront dessinés en forme de I avec les dimensions minimales associées à la technologie :



D'autre part,



On a alors :

$$C_{DS} = C_{DB} = \frac{C_j \cdot A_D}{\left(1 + \frac{|V_{DB}|}{\phi_j}\right)^{m_j}} + \frac{C_{jsw} \cdot P_D}{\left(1 + \frac{|V_{DB}|}{\phi_j}\right)^{m_{jsw}}}$$

$$A_{D_2} = 32,9 \times 12 = 394,8 \mu m^2 \quad \text{et} \quad P_{D_2} = 2 \cdot (32,9 + 12) = 89,8 \mu m$$

$$A_{D_4} = 21 \times 0,71 = 14,91 \mu m^2 \quad \text{et} \quad P_{D_4} = 2 \cdot (21 + 0,71) = 43,42 \mu m$$

$$A_{D_n} = 1,9 \times 0,35 = 0,67 \mu m^2 \quad \text{et} \quad P_{D_n} = 2 \cdot (1,9 + 0,35) = 4,5 \mu m$$

$$A_{D_p} = 5 \times 0,35 = 1,75 \mu m^2 \quad \text{et} \quad P_{D_p} = 2 \cdot (5 + 0,35) = 10,7 \mu m$$

$$C_{DS_2} = \frac{1,36 \times 394,8}{\left(1 + \frac{0,16}{1,02}\right)^{0,56}} + \frac{0,32 \times 89,8}{\left(1 + \frac{0,16}{1,02}\right)^{0,43}} \cong 495 \text{ fF} + 27 \text{ fF} = 522 \text{ fF}$$

$$C_{DS_4} = \frac{0,94 \times 14,91}{\left(1 + \frac{1,03}{0,69}\right)^{0,34}} + \frac{0,25 \times 43,42}{\left(1 + \frac{1,03}{0,69}\right)^{0,23}} \cong 10,3 \text{ fF} + 8,8 \text{ fF} = 19,1 \text{ fF}$$

$$C_{DS_n} = \frac{0,94 \times 0,67}{\left(1 + \frac{1,65}{0,69}\right)^{0,34}} + \frac{0,25 \times 10,7}{\left(1 + \frac{1,65}{0,69}\right)^{0,23}} \cong 0,4 \text{ fF} + 3,5 \text{ fF} = 3,9 \text{ fF}$$

$$C_{DS_p} = \frac{1,36 \times 1,75}{\left(1 + \frac{1,65}{1,02}\right)^{0,56}} + \frac{0,32 \times 10,7}{\left(1 + \frac{1,65}{1,02}\right)^{0,43}} \cong 1,4 \text{ fF} + 2,3 \text{ fF} = 3,7 \text{ fF}$$

Par conséquent :

$$C_{in} \cong C_{DS_4} + C_{DS_2} + C_{DS_n} + C_{DS_p} + C_{GS_n} \cong 550 \text{ fF}$$

Les fréquences de coupure associées aux couples ( $g_{mn}$ ,  $C_{in}$ ) et ( $1k\Omega$ ,  $C_{GS1}$ ) sont alors de :

$$f_a = \frac{g_{m_n}}{2 \cdot \pi \cdot C_{in}} = \frac{340 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot \pi \times 550 \cdot 10^{-15}} \cong 98,4 \text{ MHz}$$

$$f_b = \frac{1}{2 \cdot \pi \times 1 \cdot 10^3 \times C_{GS1}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \times 1 \cdot 10^3 \times 1,2 \cdot 10^{-12}} \cong 132,6 \text{ MHz}$$

Peu importe de connaître comment vont se « mélanger » ces fréquences de coupure pour donner les fréquences de coupure réelles associées au réseau RC connecté en sortie de l'OTA. Ces fréquences seront proches de la centaine de MHz et par conséquent 50 fois plus loin que le GBW = 2MHz!

➡ On peut sans problème négliger l'influence du nœud de sortie sur la marge phase du système.

En revanche en raison de la grande valeur de  $C_{DS1} = C_{DS2}$ , le pôle dû au nœud sur le drain de M3 risque d'être non négligeable. Ce pôle coupe à :

$$f_{nd} = -\frac{g_{m3}}{2 \cdot \pi \cdot (C_{DS1} + C_{DS3} + 2 \cdot C_{GS3})}$$

Sachant que  $C_{GS3} = \frac{2}{3} \cdot C_{ox} \cdot W_3 \cdot L_3 = 0,67 \times 4,54 \times 21 \times 0,71 \cong 45 \text{ fF}$

$$C_{DS1} + C_{DS3} + 2 \cdot C_{GS3} = 522 + 19,1 + 45 \cong 586 \text{ fF}$$

$$g_{m3} = \frac{0,1}{0,55} \times 12,6 \mu\text{S} = 2,3 \mu\text{S}$$

$$f_{nd} = \frac{2,3 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot \pi \times 586 \cdot 10^{-15}} \cong 625 \text{ kHz} < \text{GBW } 2 \text{ MHz} !!!$$

Bien que ce pôle soit placé avant le GBW, il est compensé par le zéro négatif qui lui est associé à  $z_n = 2x_{p_{nd}}$ . C'est une situation typique rencontrée avec les OTA bas bruit. D'autre part, il y a aussi le zéro de transmission positif placé à  $z_t = g_{mn}/C_c$  qui lui déphase négativement le signal. La fréquence de coupure associée à ce zéro est :

$$f_{z_t} = \frac{g_{m_n}}{2 \cdot \pi \cdot C_c} = \frac{340 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot \pi \times 1 \cdot 10^{-12}} = 54 \text{ MHz}$$

On peut sans problème, elle aussi la négliger. Par conséquent, la marge de phase de l'OTA est :

$$\begin{aligned} PM &\approx 90^\circ - \text{Atg}\left(\frac{\text{GBW}}{f_{nd}}\right) + \text{Atg}\left(\frac{\text{GBW}}{2 \cdot f_{nd}}\right) \\ &= 90^\circ - \text{Atg}\left(\frac{2}{0,625}\right) + \text{Atg}\left(\frac{2}{2 \times 0,625}\right) = 90^\circ - 72,6^\circ + 58 = 75,4^\circ \end{aligned}$$

Cette marge de phase est largement suffisante pour assurer la stabilité du système.

Remarque : Ici l'ampop est bouclé avec un taux de contre-réaction de  $K = 1/100$ . La marge de phase à considérer en toute rigueur vaut donc :

$$\begin{aligned} PM &\approx 90^\circ - \text{Atg}\left(\frac{\text{GBW}/100}{f_{nd}}\right) + \text{Atg}\left(\frac{\text{GBW}/100}{2 \cdot f_{nd}}\right) \\ &= 90^\circ - \text{Atg}\left(\frac{0,02}{0,625}\right) + \text{Atg}\left(\frac{0,02}{2 \times 0,625}\right) \cong 90^\circ \end{aligned}$$

Ainsi, on peut donc sans problème diminuer drastiquement la valeur de  $C_c$  (donc augmenter le GBW) sans avoir de problème de stabilité. Attention, il ne faut pas en même temps diminuer  $g_{m1}$  (pour conserver GBW à 2MHz) car dans ce cas le bruit thermique augmente!! Cette diminution de  $C_c$  pourrait être déterminée manuellement, mais il est plus rapide de le faire en simulation.



Autre remarque : Nous avons choisi un courant de  $100\mu A$  dans l'étage de sortie car nous n'avons pas de contrainte sur la consommation. Cependant, il est aussi envisageable de diminuer ce courant, tout en le conservant supérieur au moins à  $11\mu A$ , courant qui doit pouvoir être délivré (ou absorbé) par l'étage de sortie lorsque la tension en sortie varie de  $\pm 1V$ . En diminuant ce courant les pôles dus au nœud de sortie vont se rapprocher. Là encore, le plus rapide est de rechercher le bon compromis par simulation. Notons que le taux de contre-réaction de  $1/100$  allège considérablement la contrainte sur la marge de phase et qu'un courant de l'ordre de  $1,5$  à  $2$  fois  $11\mu A$  dans l'étage de sortie devrait suffire.

Il nous reste encore à vérifier le gain statique :

$$A_{v1} = \frac{\sqrt{KP_p \cdot \frac{W_1}{L_1} \cdot I_5}}{\frac{I_5}{2} \cdot \left( \frac{1}{V_{E_p} \cdot L_1} + \frac{1}{V_{E_n} \cdot L_3} \right)} = \frac{\sqrt{46 \times \frac{32,9}{12} \times 1,26}}{\frac{1,26}{2} \times \left( \frac{1}{21 \times 21} + \frac{1}{27 \times 12} \right)} = 4961$$

$$A_{v2} = \frac{\sqrt{2 \cdot KP_n \cdot \frac{W_n}{L_n} \cdot I_p}}{I_p \cdot \left( \frac{1}{V_{E_n} \cdot L_n} + \frac{1}{V_{E_p} \cdot L_p} \right)} = \frac{\sqrt{2 \times 122 \times \frac{1,9}{0,35} \times 100}}{100 \times \left( \frac{1}{21 \times 0,35} + \frac{1}{27 \times 0,35} \right)} = 15$$

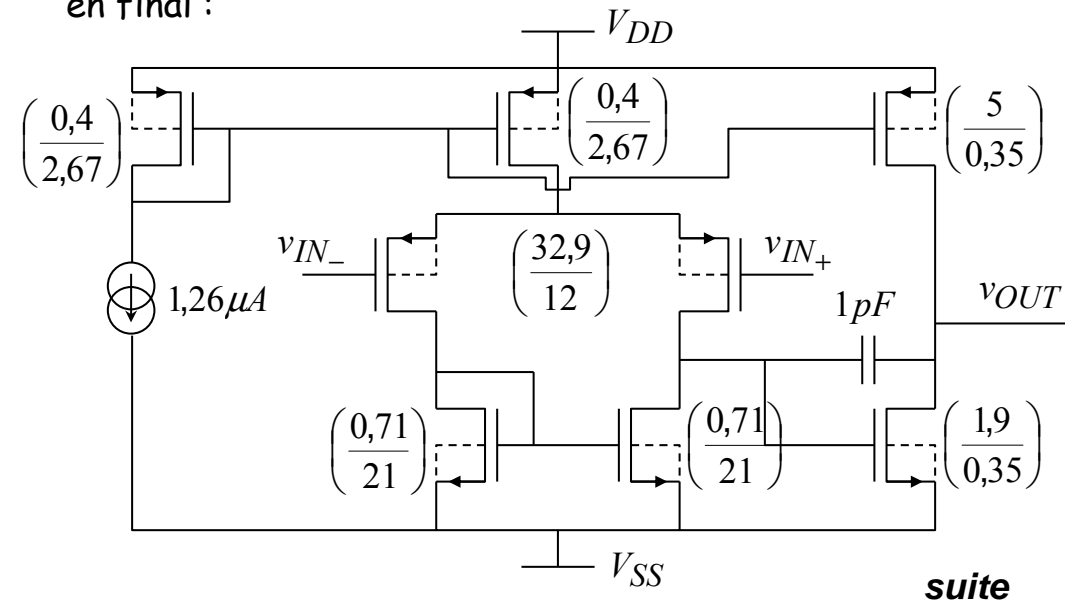
$$A_{v_0} = A_{v_1} \cdot A_{v_2} = 4961 \times 15 = 74415 > 5000$$

N.B.: Si le gain n'avait pas été suffisant, il aurait fallu multiplier par exemple par un même facteur les longueurs  $L_n$  et  $L_p$ , et multiplier aussi par ce même facteur  $W_n$  et  $W_p$  pour ne pas modifier le point de polarisation du circuit.

Nous devons encore calculer les dimensions de M5 et M6 :

$$I_5 = \frac{1}{2} \cdot KP_p \cdot \frac{W_5}{L_5} \cdot V_{DSsat}^2 (M_5) \Rightarrow \frac{W_5}{L_5} = \frac{2 \times 1,26}{46 \times 0,55^2} = 0,15 = \frac{0,4}{2,67}$$

Il suffit maintenant de choisir par exemple M5 et M6 identiques et d'imposer que  $I_{\text{bias}} = 1,26\mu\text{A}$ , pour obtenir en final :



## IV. Techniques dynamiques de réduction du bruit

Jusque là nous avons vu comment dimensionner un circuit (un ampop) pour qu'il présente un certain niveau de bruit. Le bruit thermique ramené en entrée a généralement une expression en  $1/g_m$  où  $g_m$  est la transconductance d'entrée du système. Il suffit donc d'augmenter  $g_m$  pour diminuer le bruit thermique.

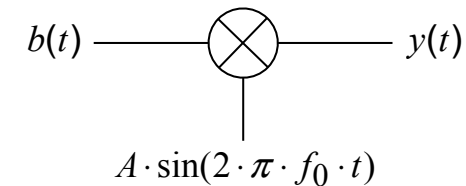
En revanche pour le bruit en  $1/f$ , qui est inversement proportionnel à  $L^2$  ou à  $WL$ , il nous faut jouer sur la taille des transistors, i.e. augmenter la taille pour diminuer le bruit en  $1/f$ . Bien qu'efficace, cette méthode présente des limitations car elle entraîne une augmentation des capacités parasites, donc une réduction de la bande passante, et une augmentation de la surface de silicium occupée, donc du coût!

Néanmoins le bruit en  $1/f$  pouvant être vu comme un offset variant à basse fréquence, il existe des techniques dynamiques permettant de le supprimer.

Ces techniques reposent toutes d'une manière ou d'une autre sur la modulation du bruit basses fréquences, ou son stockage sur capacité suivie d'une soustraction périodique au signal bruité, de façon à le décaler vers de hautes fréquences et le filtrer par un passe-bas pour le supprimer.

### IV.1. Modulation d'un bruit :

Supposons que nous multiplions un signal de bruit (stationnaire et ergodique)  $b(t)$  par le signal  $A \cdot \sin(2\pi f_0 t)$  :



Le signal  $b(t)$  est caractérisé temporellement par sa fonction d'autocorrélation  $C_{bb}(\tau)$  et fréquentiellement par sa densité spectrale de puissance  $S_b(f)$ . La fonction d'autocorrélation de  $y(t)$  est alors donnée par :

$$\begin{aligned} C_{yy}(t, \tau) &= E[y(t) \cdot y(t - \tau)] \\ &= E[A \cdot \sin(2\pi \cdot f_0 \cdot t) \cdot b(t) \cdot A \cdot \sin(2\pi \cdot f_0 \cdot (t - \tau)) \cdot b(t - \tau)] \end{aligned}$$

où  $E$  représente la moyenne d'ensemble. Comme  $A \cdot \cos(2\pi f_0 t)$  est un signal déterministe, il est égal à sa moyenne d'ensemble ! Ainsi :

$$\begin{aligned} C_{yy}(t, \tau) &= A^2 \cdot \underbrace{\sin(2\pi \cdot f_0 \cdot t) \cdot \sin(2\pi \cdot f_0 \cdot (t - \tau))}_{\frac{\cos(2\pi \cdot f_0 \cdot \tau) - \cos(2\pi \cdot f_0 \cdot (2t - \tau))}{2}} \cdot \underbrace{E[b(t) \cdot b(t - \tau)]}_{C_{bb}(\tau)} \end{aligned}$$

Le processus résultant n'est plus stationnaire, mais cyclo-stationnaire :

$$C_{yy}(t, \tau) = A^2 \cdot C_{bb}(\tau) \cdot \frac{\cos(2\pi \cdot f_0 \cdot \tau) - \cos(2\pi \cdot f_0 \cdot (2t - \tau))}{2}$$

terme dépendant de t périodique de période  $T_0/2$ .

$$C_{yy}(t, \tau) = \frac{A^2 \cdot C_{bb}(\tau) \cdot \cos(2\pi \cdot f_0 \cdot \tau)}{2} - C_{yy}^*(t, \tau)$$

La fonction d'autocorrélation de  $y(t)$  dépend donc de l'instant choisi pour calculer les moyennes d'ensemble. Ainsi, en toute rigueur la densité spectrale de puissance de  $y(t)$  n'est plus définie. Cependant, en général dans les circuits, on regarde le bruit sur un grand nombre de périodes  $T_0$  (on filtre toujours ce bruit après la modulation). Par conséquent nous ne sommes pas intéressés par les caractéristiques statistiques du processus  $y(t)$  sur des instants précis (caractéristiques qui varient au cours du temps t) mais par la valeur moyenne de ces caractéristiques au cours du temps, i.e. la valeur moyenne de  $C_{yy}(t, \tau)$  sur une durée assez grande T. Si  $T = N \cdot T_0 + \Delta T$ , on a :

$$\frac{1}{T} \cdot \int_0^T C_{yy}(t, \tau) \cdot dt = \frac{A^2 \cdot C_{bb}(\tau) \cdot \cos(2\pi \cdot f_0 \cdot \tau)}{2} - \frac{1}{T} \cdot \int_0^T C_{yy}^*(t, \tau) \cdot dt$$

avec pour le deuxième membre :

$$\frac{1}{T} \int_0^T C_{yy}^*(t, \tau) \cdot dt = \frac{A^2 \cdot C_{bb}(\tau)}{2 \cdot (N \cdot T_0 + \Delta T)} \cdot \underbrace{\int_0^{\Delta T} \cos(2\pi \cdot f_0 \cdot (2t - \tau)) \cdot dt}_{\xrightarrow{T \rightarrow \infty, \text{i.e. } N \rightarrow \infty} 0}$$

Donc :

$$\frac{1}{T} \cdot \int_0^T C_{yy}(t, \tau) \cdot dt = \frac{A^2 \cdot C_{bb}(\tau) \cdot \cos(2\pi \cdot f_0 \cdot \tau)}{2}$$

En d'autres termes, en moyenne, le processus  $y(t)$  a une fonction d'autocorrélation ne dépendant que de  $\tau$ , i.e. qu'il est « en moyenne stationnaire ».

Ainsi, en moyenne le processus  $y(t)$  résultant de la modulation d'un signal harmonique  $A \cdot \cos(2\pi f_0 \cdot t)$  par un bruit stationnaire fournit un signal aléatoire que l'on peut considérer comme stationnaire et dont la fonction d'autocorrélation est donnée par :

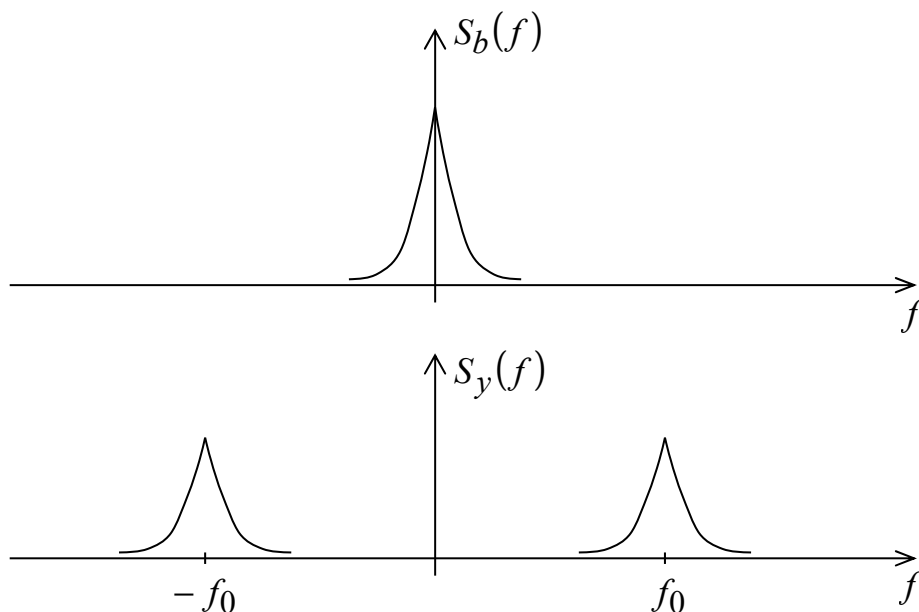
$$C_{yy}(\tau) = A^2 \cdot \frac{\cos(2\pi \cdot f_0 \cdot \tau)}{2} \cdot C_{bb}(\tau)$$

La transformée de Fourier de  $C_{yy}(t)$  donne la densité spectrale de puissance de  $y(t)$  :

$$S_y(f) = \mathfrak{F}[C_{yy}(\tau)] = \frac{A^2}{2} \cdot \mathfrak{F}[\cos(2\pi \cdot f_0 \cdot \tau)] * \mathfrak{F}[C_{bb}(\tau)]$$

$$S_y(f) = \frac{A^2}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot [\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)] * S_b(f)$$

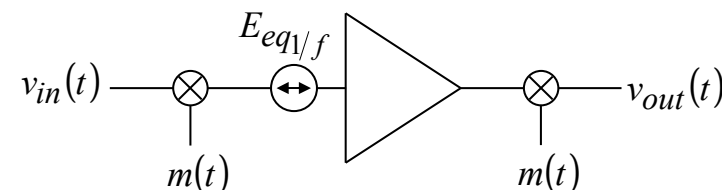
→ Le densité spectrale de puissance de bruit du signal  $b(t)$  est décalée autour de la fréquence  $f_0$ .



## IV.2. Stabilisation par découpage :

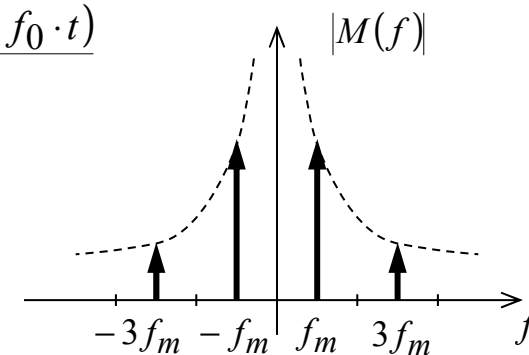
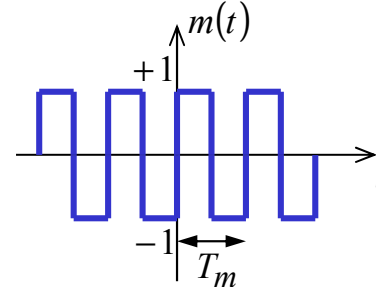
Cette technique est très utilisée pour réduire l'offset et le bruit en  $1/f$  d'un amplificateur opérationnel. Soit  $E_{eq1/f}(f)$  la dsp de bruit ramenée en entrée d'un ampop, en appliquant une modulation synchronisée en entrée et

en sortie de l'ampop, on a la situation suivante :



Le plus simple est d'utiliser un signal  $m(t)$  en créneau :

$$m(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ impair}}}^{n=+\infty} \frac{\sin(n \cdot 2\pi \cdot f_0 \cdot t)}{n}$$



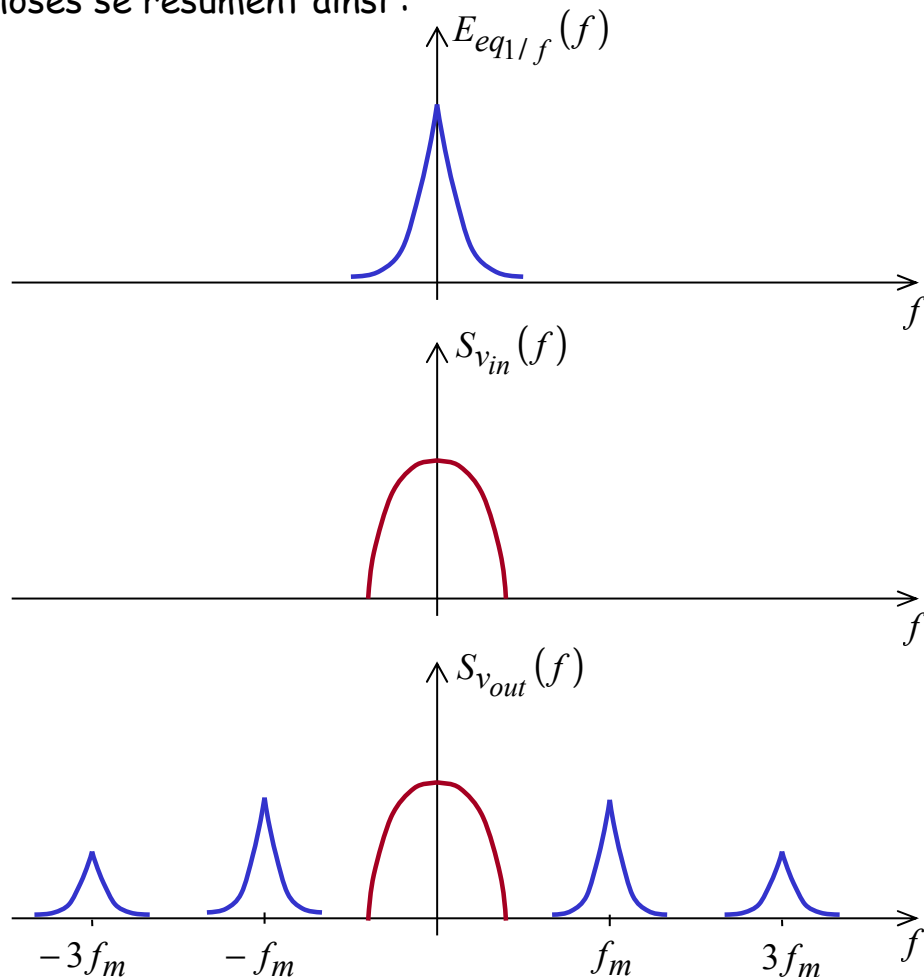
$$|M(f)| = \frac{2}{\pi} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \text{ impair}}}^{n=+\infty} \frac{\delta(f - nf_m)}{n}$$

Dans ce cas :

$$v_{out}(t) = m^2(t) \cdot v_{in}(t) + m(t) \cdot E_{eq1/f}(t) = v_{in}(t) + m(t) \cdot E_{eq1/f}(t)$$

La densité spectrale de puissance de bruit  $E_{eq1/f}$  se retrouve alors décalée autour des harmoniques impaires  $f_m, 3f_m$ , etc.,  $f_m$  représentant la fréquence de « découpage ».

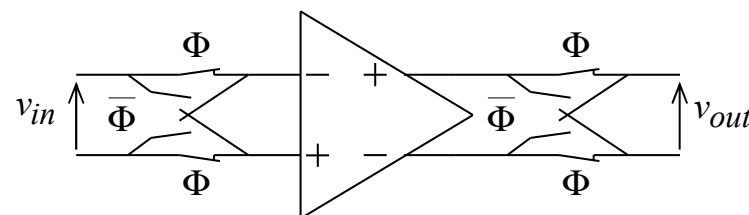
Il suffit ensuite de filtrer la sortie par un passe-bas de fréquence de coupure  $f_c < f_m$  pour supprimer le bruit en  $1/f$  dû à l'ampop. Dans le domaine fréquentiel, les choses se résument ainsi :



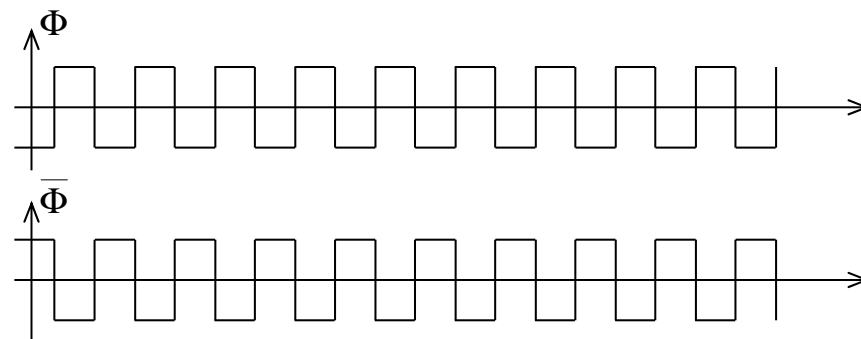
Remarque : On peut montrer que le bruit thermique dû à l'amplificateur  $E_{eqth}(f)$ , supposé s'étendre sur une bande infinie, n'est quasiment pas modifié. Il se retrouve intégralement en sortie.

### Mise en œuvre classique de la stabilisation par découpage :

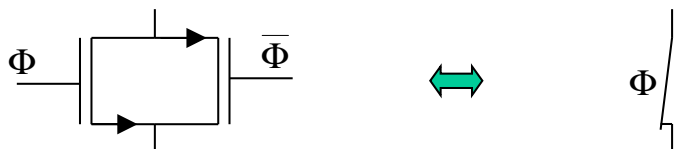
On utilise très souvent des amplificateurs à entrée et sortie différentielles (fully differential) et un jeu de commutateurs :



Les signaux d'horloge  $\Phi$  et  $\bar{\Phi}$  sont complémentaires :

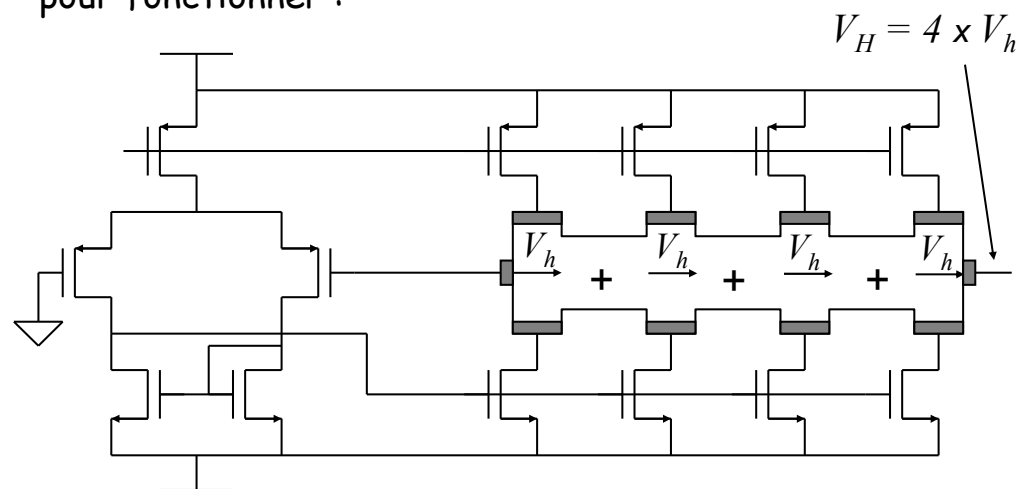


Les commutateurs sont réalisés soit avec un simple TMOS, soit avec une TGATE (porte de transmission) :



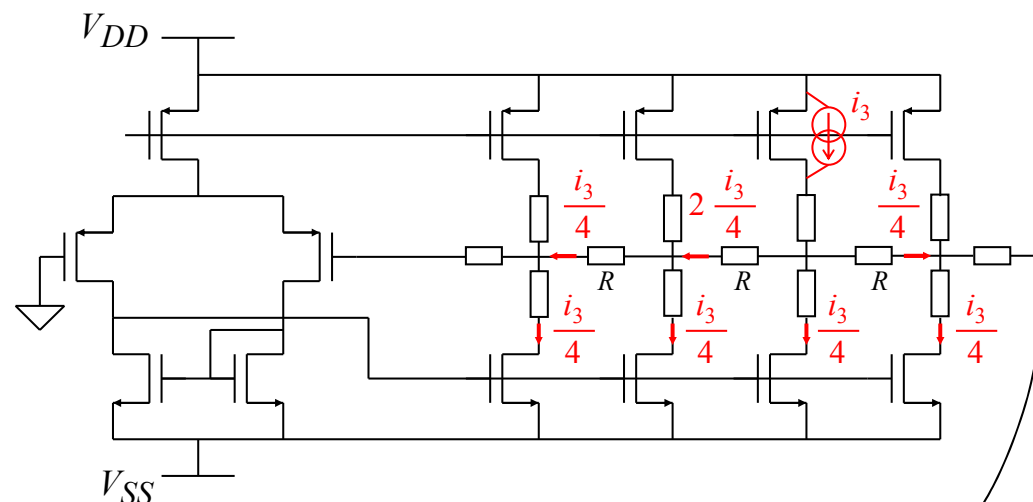
### Exemple particulier de stabilisation par découpage :

Dans le cours sur les microsystèmes, nous avons étudié un capteur à effet Hall particulier, le capteur multi-bandes, qui requière un circuit de polarisation spécifique pour fonctionner :



Nous n'avons cependant pas évoqué l'inconvénient majeur de ce circuit : le bruit dû aux étages de sortie !

Pour comprendre le problème qui se pose, supposons que seul le troisième transistor PMOS soit le siège d'un courant de bruit :  $i_3$ . Ce courant doit être « évacué » vers  $V_{SS}$ . Comme il ne peut pas partir par les contacts de mesure qui sont maintenus sous haute impédance, il est nécessairement évacué par les quatre transistors NMOS. En fait, afin de maintenir une masse virtuelle sur le contact de mesure de gauche, la sortie de l'étage différentiel s'adapte, augmentant ou diminuant le potentiel sur la grille commune au quatre NMOS. Chaque NMOS va donc évacuer un courant égal à  $i_3/4$ . Ceci conduit à un courant de bruit circulant horizontalement et à une tension de bruit en sortie  $v_{out}$  :



$$v_{out} = R \frac{i_3}{4} + 2R \frac{i_3}{4} - R \frac{i_3}{4} = 2R \frac{i_3}{4}$$

où  $R$  représente la résistance effective vue entre chaque bande du capteur.

En terme de densité spectrale de puissance, ça se traduit par :

$$\overline{v_{out}^2} = \frac{R^2}{4} \cdot \overline{i_3^2}$$

Si maintenant on tient compte du bruit de chacun des transistors dans les étages de sortie, on a :

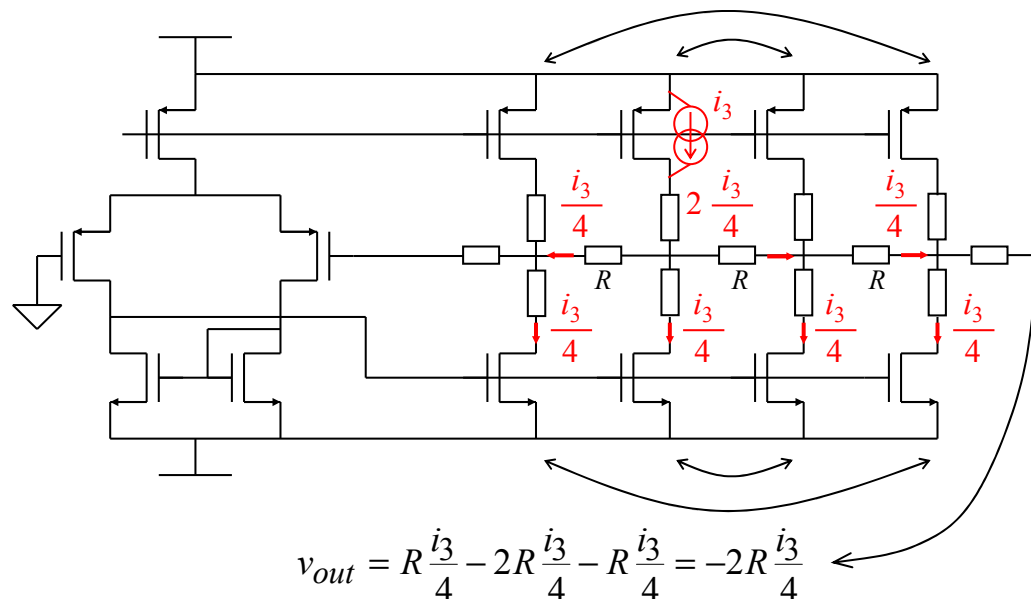
$$\overline{v_{out}^2} = 2 \left( \frac{1}{4} + \frac{9}{4} \right) \cdot R^2 \cdot (\overline{i_n^2} + \overline{i_p^2})$$

$\nearrow$  Bruit dû aux étages centraux  
 $\nwarrow$  Bruit dû aux étages latéraux

où  $\overline{i_n^2}$  et  $\overline{i_p^2}$  sont les dsp de bruit des NMOS et PMOS respectivement.

Sachant que les courants de polarisation passant dans les étages de sortie sont élevés (pour que chaque bande du capteur multi-bandes présente une sensibilité élevée), les dsp de bruit des NMOS et PMOS sont élevées, notamment leurs composantes en  $1/f$ .

En revanche, si l'on commute les étages de sortie autour du point milieu du capteur multi-bandes, on s'aperçoit que la tension de bruit  $v_{out}$  est inversée.



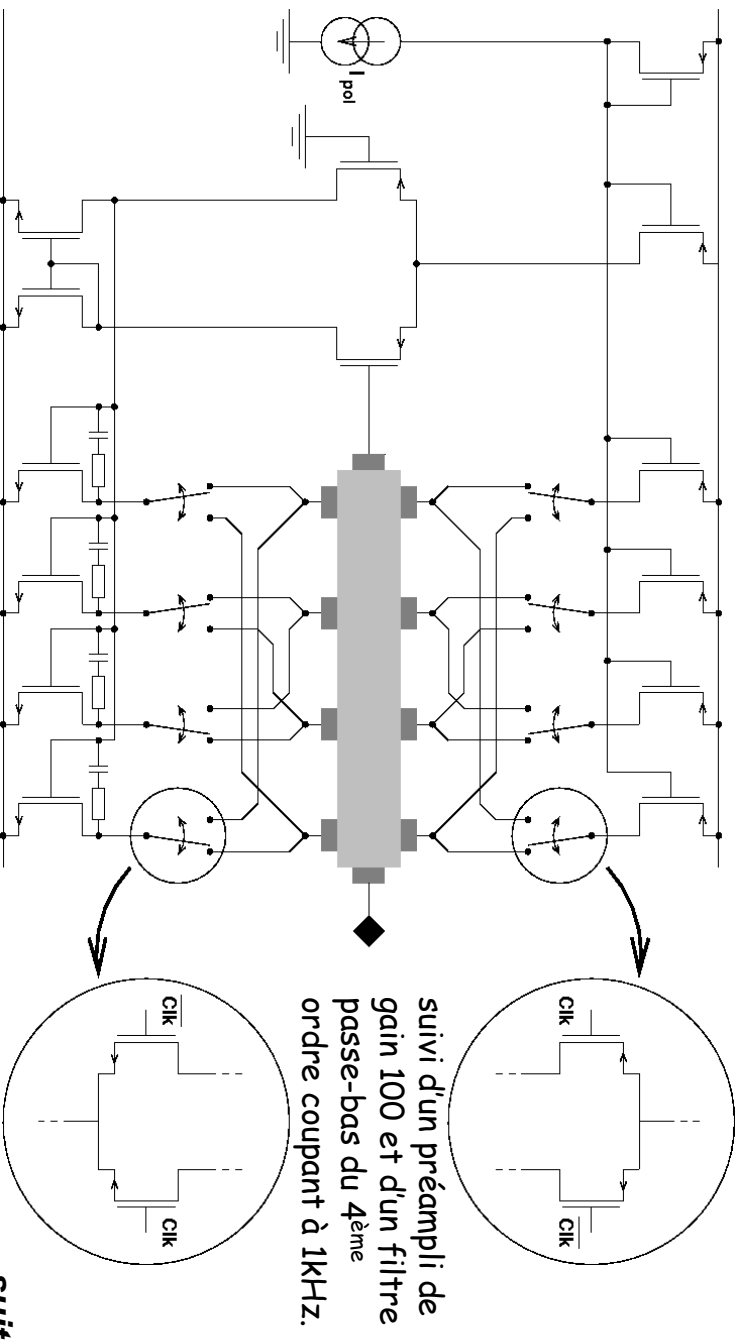
Il suffit alors de commuter périodiquement les étages de sortie autour du point milieu du capteur multi-bandes pour obtenir en sortie  $\pm v_{out}$  ( $\pm$  le bruit), i.e. le bruit  $v_{out}$  multiplié par la fonction créneau  $m(t)$ . Le bruit est envoyé autour des fréquences  $f_m, 3f_m, \dots$ . Il suffit ensuite d'un simple filtre passe-pas pour éliminer la composante en  $1/f$ .

Les résultats expérimentaux qui suivent montrent que le bruit en  $1/f$  dû aux étages de sortie est bien supprimé par cette stabilisation par découpage.

**suite**

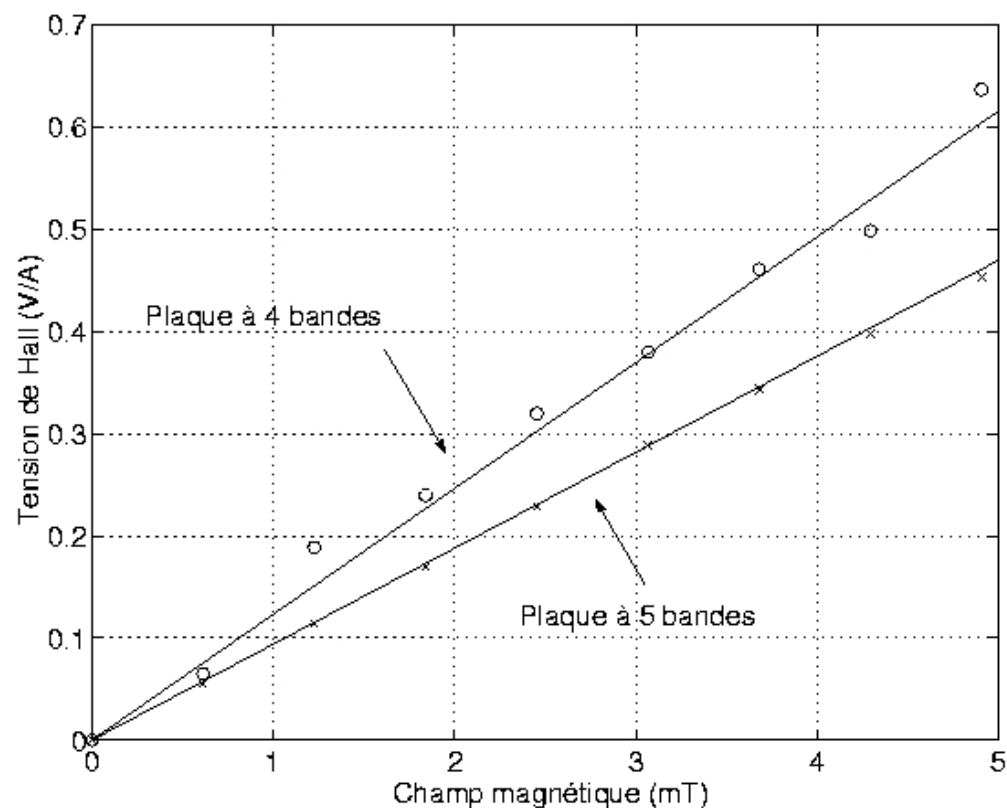


→ implémentation de la stabilisation par découpage.



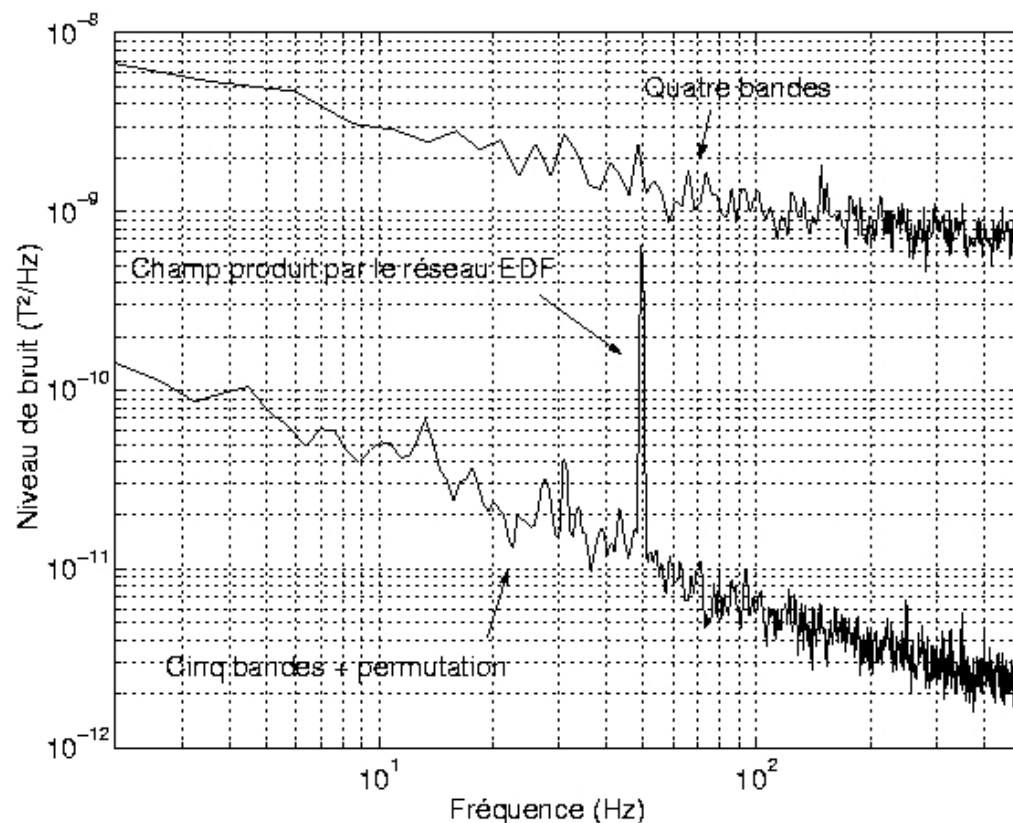
suite

➔ réponse d'un capteur 4-bandes non stabilisé et d'un capteur 5-bandes stabilisé :



La dispersion des points de mesure dans la caractéristique du capteur 4-bandes est directement liée au fort niveau de bruit en  $1/f$  provenant des étages de sortie. Cette dispersion a disparu pour le capteur 5-bandes stabilisé.

La mesure des densités spectrales de puissance de bruit en sortie des deux capteurs confirme que la stabilisation par découpage réduit fortement le niveau de bruit en  $1/f$ .

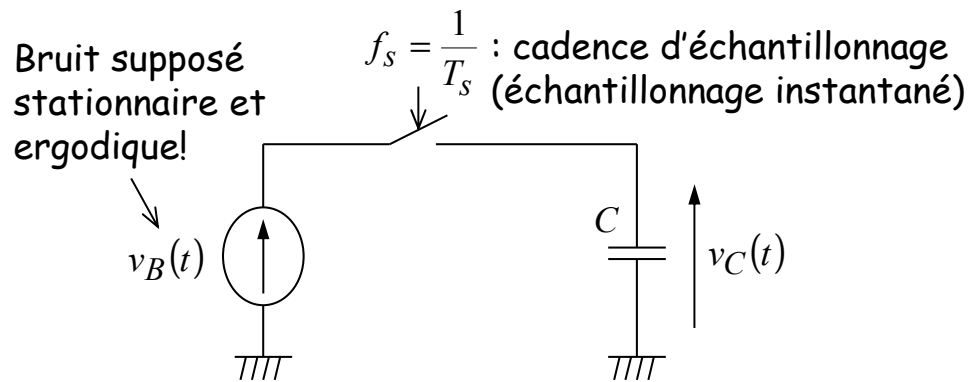


Il reste du bruit en  $1/f$  pour le capteur 5-bandes. Il provient de l'étage différentiel d'entrée et du capteur !

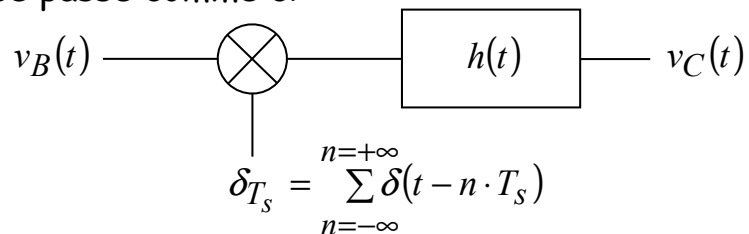
### IV.3. Echantillonnage-blocage d'un bruit :

Les deux autres techniques dynamiques permettant la suppression du bruit en  $1/f$  sont l'auto-zéro et le double échantillonnage corrélé. Elles sont similaires et reposent toutes deux sur le stockage du bruit sur une capacité de façon à pouvoir le soustraire par la suite au signal bruité.

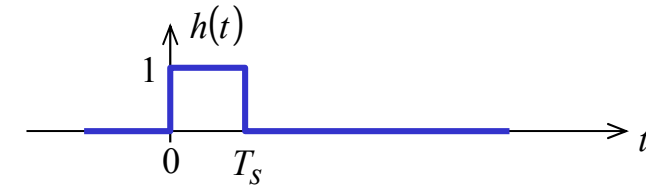
Il nous faut donc étudier le stockage d'un bruit sur une capacité, i.e. son échantillonnage-blocage :



Si l'interrupteur a une très faible résistance lorsqu'il est fermé (bonne approximation),  $C$  se charge instantanément et tout se passe comme ci :



où :



On a alors :

$$v_C(t) = v_B(t) \cdot \delta_{T_s} * h(t) = h(t) * \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} v_B(nT_s) \cdot \delta(t - nT_s)$$

$$v_C(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} v_B(nT_s) \cdot h(t - nT_s)$$

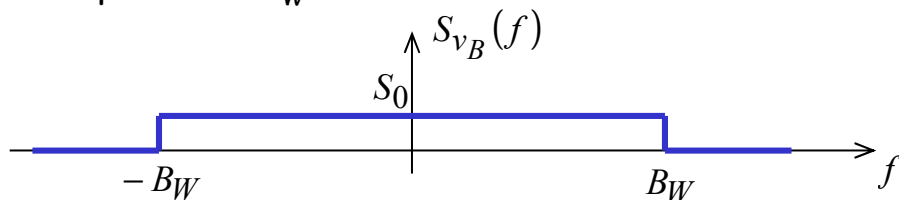
On peut alors montrer que ce signal de bruit est cyclostationnaire. Néanmoins, comme pour la modulation par un bruit, en moyenne, le processus peut être considéré comme stationnaire et l'on peut montrer que la dsp du signal  $v_C(t)$  est donnée par :

$$S_{v_C}(f) = \left[ S_{v_B}(f) * \frac{1}{T_s^2} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_s}\right) \right] \cdot T_s^2 \cdot \text{sinc}^2(\pi \cdot f \cdot T_s)$$

$$\Rightarrow S_{v_C}(f) = \text{sinc}^2(\pi \cdot f \cdot T_s) \cdot \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} S_{v_B}\left(f - \frac{n}{T_s}\right)$$

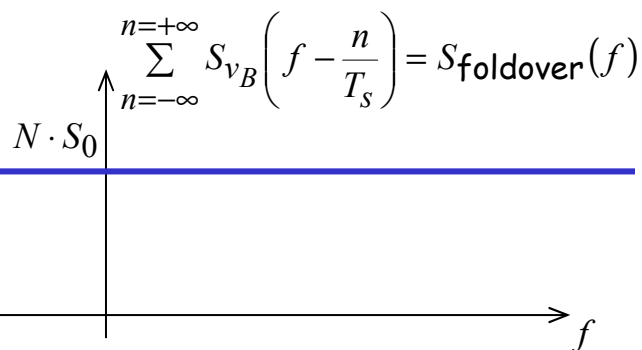
### Echantillonnage-blocage d'un bruit blanc :

Si  $v_B(t)$  est un bruit blanc filtré idéalement avec pour bande passante  $B_W$  :



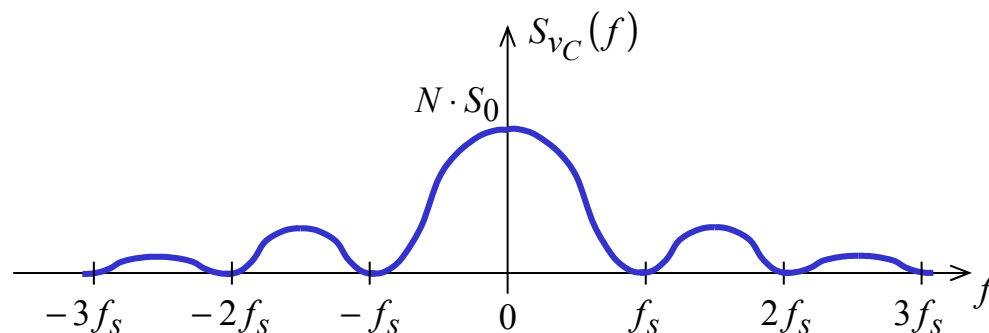
En général  $B_W \gg f_s/2$ , i.e. la bande passante de bruit est beaucoup plus élevée que la fréquence d'échantillonnage  $f_s$ .

Si  $N = \frac{B_W}{f_s/2}$  est le facteur de sous-échantillonnage, on voit que le bruit résultant de la superposition des  $S_{v_B}(f - n/T_s)$  est un bruit blanc de dsp  $N$  fois  $S_0$ .



En sortie de l'échantillonneur-bloqueur, ce bruit est filtré par le  $\text{sinc}^2(\pi f T_s)$  dû au bloqueur :

$$S_{v_C}(f) = \text{sinc}^2(\pi \cdot f \cdot T_s) \cdot N \cdot S_0$$



$$\text{D'autre part, on a : } B_{eq} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} S_{v_C}(f) \cdot df}{2 \cdot N \cdot S_0} = \frac{f_s}{2}$$

Le sous-échantillonnage du bruit blanc conduit à ramener toute la puissance de bruit dans la bande de base  $\pm f_s/2$ .

Remarque : Si le bruit  $v_B(t)$  est un bruit blanc filtré par un passe-bas d'ordre 1 de fréquence de coupure  $f_c$  bien supérieure à  $f_s$  (c'est un cas très répandu), les formules précédentes sont valables avec une très bonne approximation en remplaçant  $B_W$  par  $f_c \pi/2$ .

### Echantillonnage-blocage d'un bruit en $1/f$ :

$$S_{v_C}(f) = \text{sinc}^2(\pi \cdot f \cdot T_s) \cdot S_{v_B}(f) + \text{sinc}^2(\pi \cdot f \cdot T_s) \cdot \underbrace{\sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{n=+\infty} S_{v_B}\left(f - \frac{n}{T_s}\right)}_{S_{\text{foldover}}}$$

avec  $S_{v_B}(f) = \frac{K}{|f|}$

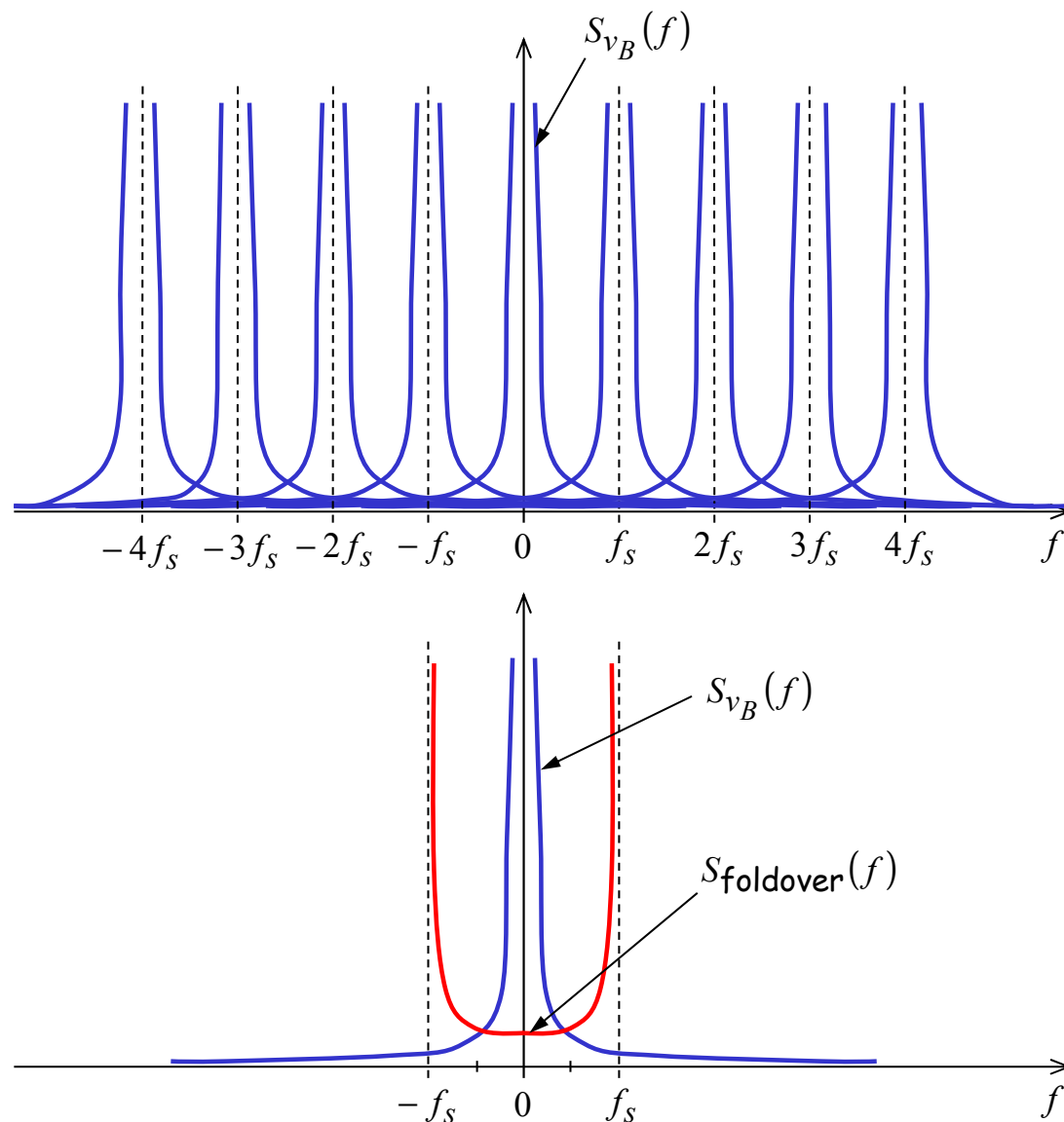
On montre alors que si le bruit  $v_B(t)$  est un bruit en  $1/f$  filtré par un passe-bas d'ordre 1 (cas général) :

$$S_{v_B}(f) = \frac{K}{|f|} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}$$

la somme des composantes autres que celles pour  $n = 0$  conduit à une dsp  $S_{\text{foldover}}$  sensiblement constante sur la bande de base  $\pm f_s/2$  donnée par :

$$S_{\text{foldover}}(f) \approx 2 \cdot K \cdot T_s \cdot \left[ 1 + \ln\left(\frac{2}{3} \cdot f_c \cdot T_s\right) \right]$$

En d'autres termes, le repliement de toutes les composantes de bruit en  $1/f$  dans la bande de base conduit à un bruit pouvant s'assimiler à un bruit blanc.

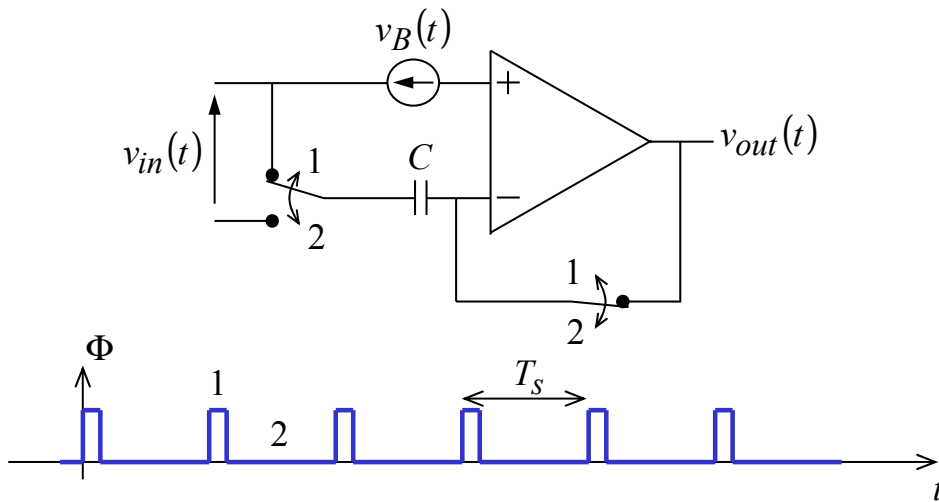


En conclusion, l'échantillonnage d'un bruit possède un inconvénient, celui d'augmenter le niveau de bruit dans la bande de base  $\pm f_s/2$ . Pour un bruit blanc, la puissance moyenne totale de bruit se retrouve entièrement dans la bande de base et pour un bruit en  $1/f$ , tout se passe comme si un bruit blanc s'ajoutait, son niveau dépendant de  $f_c/f_s$ .

#### IV.4. Auto-zéro et double échantillonnage corrélé :

##### Auto-zéro :

La technique de l'auto-zéro repose sur un échantillonnage blocage « rapide » périodique du bruit d'un amplificateur (incluant l'offset) et sa soustraction à ce même bruit sur le reste de la période :



Phase n°1 : La capacité  $C$  stocke  $v_B(nT_s)$ , signal  $v_B(t)$  filtré par l'ampop monté en suiveur qui se comporte comme un passe-bas de fréquence de coupure  $f_c = \text{GBW}$ .

Phase n°2 : Le signal  $v_{in}(t) - v_B(t) + v_B(nT_s)$  est amplifié.

Il est clair que si  $v_B(t) = v_{\text{off}}$  est un offset constant, ce dernier est éliminé.

Dans le cas général où  $v_B(t)$  est un bruit aléatoire, le signal de bruit résultant,  $v_{AZ}(t) = v_B(t) - v_B(nT_s)$ , est la différence entre le bruit  $v_B(t)$  et sa version échantillonnée-bloquée.

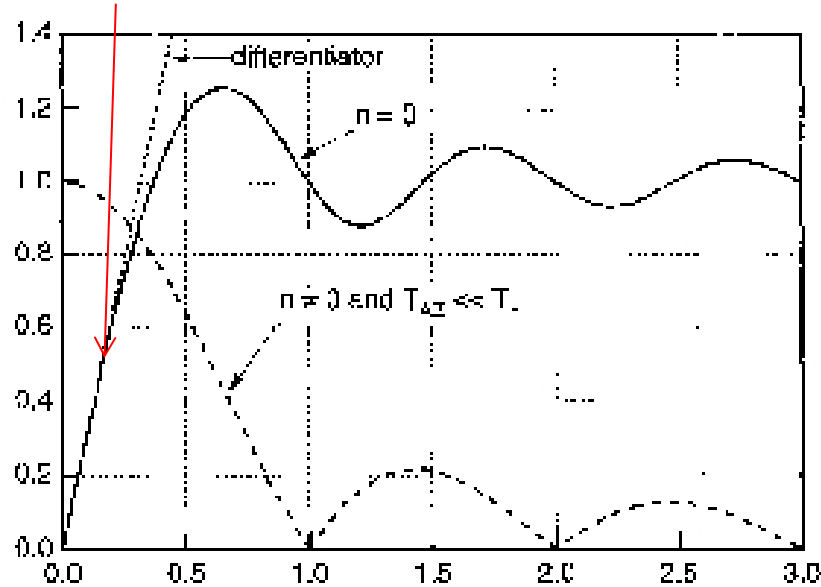
Ainsi, la dsp de  $v_N(t)$  se calcule de manière similaire à ce qui a été fait au IV.3 sauf que maintenant la composante dans la bande de base est différente :

$$S_{v_{AZ}}(f) = \underbrace{|H_0(f)|^2 \cdot S_{v_B}(f)}_{\text{S}_{\text{foldover}}} + \text{sinc}^2(\pi \cdot f \cdot T_s) \cdot \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{n=+\infty} S_{v_B}\left(f - \frac{n}{T_s}\right)$$

avec :

$$|H_0(f)|^2 = \left[1 - \frac{\sin(2\pi \cdot f \cdot T_s)}{2\pi \cdot f \cdot T_s}\right]^2 + \left[\frac{1 - \cos(2\pi \cdot f \cdot T_s)}{2\pi \cdot f \cdot T_s}\right]^2$$

$H_0(f)$  agit comme un intégrateur.



Ainsi, si  $v_B(t)$  est un bruit blanc de dsp  $S_0$ , on a (sachant que  $f_c = GBW \gg f_s$ ):

$$S_{\text{foldover}_{th}}(f) = S_0 \cdot (\pi \cdot GBW \cdot T_s - 1) \approx S_0 \cdot \pi \cdot GBW \cdot T_s$$

Comme  $|H_0(f)| < 1,25$  c'est la composante  $S_{\text{foldover}}(f)$  qui domine.

$$\text{Ainsi, } S_{AZ_{th}}(f) \approx \text{sinc}^2(\pi \cdot f \cdot T_s) \cdot \pi \cdot GBW \cdot T_s$$

Toute la puissance du bruit thermique de l'ampop se retrouve quasiment entièrement dans la bande de base  $\pm f_s/2$ .

Si maintenant  $v_B(t)$  est un bruit en  $1/f$  (filtré par le passe-bas de  $f_c = GBW \gg f_s$ ):

$$S_{v_B}(f) = \frac{K}{|f|} \text{ et l'on a :}$$

$$S_{AZ_{1/f}}(f) = \underbrace{\frac{K}{f} \cdot |H_0(f)|^2}_{\text{Dans la bande de base } \pm f_s/2, \text{ le bruit en } 1/f \text{ est filtré par } H_0(f) \dots} + \underbrace{\text{sinc}^2(\pi f T_s) \cdot 2 \cdot K \cdot T_s \cdot \left[ 1 + \ln\left(\frac{2}{3} GBW \cdot T_s\right) \right]}_{\text{...Se rajoute néanmoins dans cette bande } \pm f_s/2 \text{ un bruit que l'on peut assimiler à un bruit blanc mais qui est dû au repliement de toutes les composantes de bruit en } 1/f \text{ étalées par l'échantillonnage.}}$$

Dans la bande de base  $\pm f_s/2$ , le bruit en  $1/f$  est filtré par  $H_0(f)$ ...

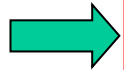
...Se rajoute néanmoins dans cette bande  $\pm f_s/2$  un bruit que l'on peut assimiler à un bruit blanc mais qui est dû au repliement de toutes les composantes de bruit en  $1/f$  étalées par l'échantillonnage.

La technique de l'auto-zéro permet de supprimer l'offset et de filtrer le bruit en  $1/f$  de l'ampli. Elle a néanmoins un inconvénient majeur qui est de replier le bruit thermique pour le ramener entièrement dans la bande de base  $\pm f_s/2$ .



Remarque : Avec la technique de l'auto-zéro, durant la phase 1 d'échantillonnage du bruit (de l'offset), l'ampli n'est pas disponible pour amplifier! Ceci peut poser problème dans certaines applications à signaux continus. Une des solutions, implémentée commercialement, est d'utiliser deux ampops. Lorsqu'un est en phase d'échantillonnage, l'autre amplifie et inversement.

A noter aussi que si la durée de la phase 1 n'est pas courte devant  $T_s$  (ce qui est le cas lorsque deux ampops sont utilisés) la théorie établie reste valable moyennant quelques termes correcteurs liés au rapport cyclique entre la durée de la phase 1 et celle de la phase 2.



De manière générale, la technique de l'auto-zéro ne doit pas être utilisée lorsque l'on traite des signaux continus dans le temps (en raison notamment du repliement du bruit thermique). La stabilisation par découpage est tout aussi efficace pour supprimer le bruit en  $1/f$  et l'offset sans donner lieu au repliement du bruit thermique qui reste inchangé.

*Néanmoins dans les circuits à temps discrets mais à signaux continus en amplitude, i.e. les circuits à capacités commutées, il est judicieux d'employer la technique de l'auto-zéro.*

### Double échantillonnage corrélé (CDS - Correlated Double Sampling) :

Dans les circuits à capacités commutées, il y a nécessairement échantillonnage, donc repliement du bruit thermique, que l'on applique ou non l'auto-zéro. Il est donc judicieux d'appliquer l'AZ pour au moins supprimer le bruit en  $1/f$ .

En fait, dans les circuits à capacités commutées les signaux sont échantillonnés à la fin de la première phase d'horloge et le transfert de charges nécessaire à l'opération recherchée (amplification, intégration,...) a lieu durant l'intervalle de temps complémentaire. On profite donc de la 1ère phase pour échantillonner le signal déterministe ainsi que l'offset et le bruit de l'ampop, puis on utilise la 2ème phase pour effectuer l'opération recherchée tout en auto-annulant l'offset et le bruit.

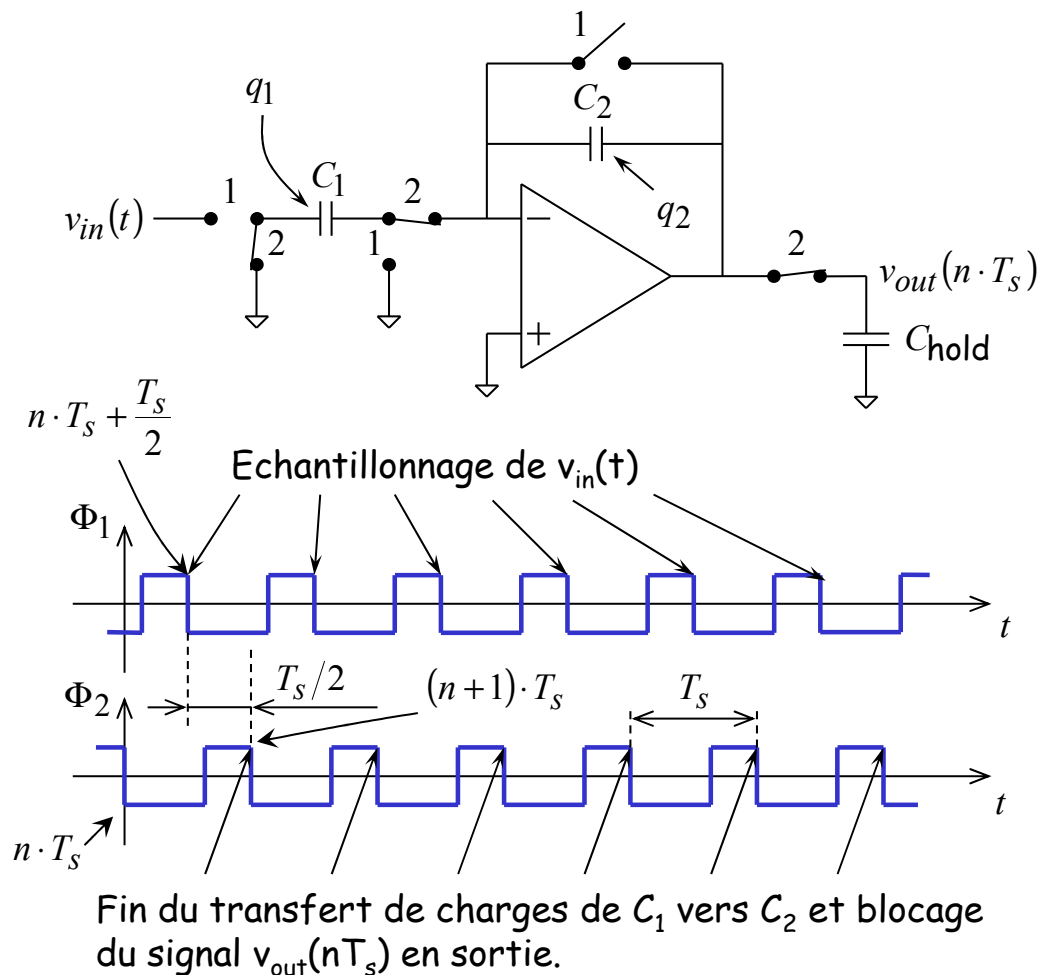


Il y a donc un double échantillonnage permettant la suppression des composantes de bruit corrélées, i.e. du bruit en  $1/f$  d'où le nom CDS!

D'un point de vue spectrale, le CDS n'est ni plus ni moins qu'un auto-zéro suivi d'un blocage. Dans la bande de base  $\pm f_s/2$ , les caractéristiques sont très similaires à celles de l'AZ : repliement total du bruit thermique dans  $\pm f_s/2$  et filtrage du bruit en  $1/f$ .

### Exemple d'un amplificateur à capacités commutées :

L'amplificateur de base repose sur l'architecture suivante :



A la fin de la phase  $\Phi_1$ , la charge  $q_1$  stockée par  $C_1$  est :

$$q_1(\Phi_1) = C_1 \cdot v_{in} \left( n \cdot T_s + \frac{T_s}{2} \right)$$

et  $C_2$  est déchargée :  $q_2(\Phi_1) = 0$

A la fin de la phase  $\Phi_2$ , la charge  $q_1$  a été transférée sur  $C_2$  :

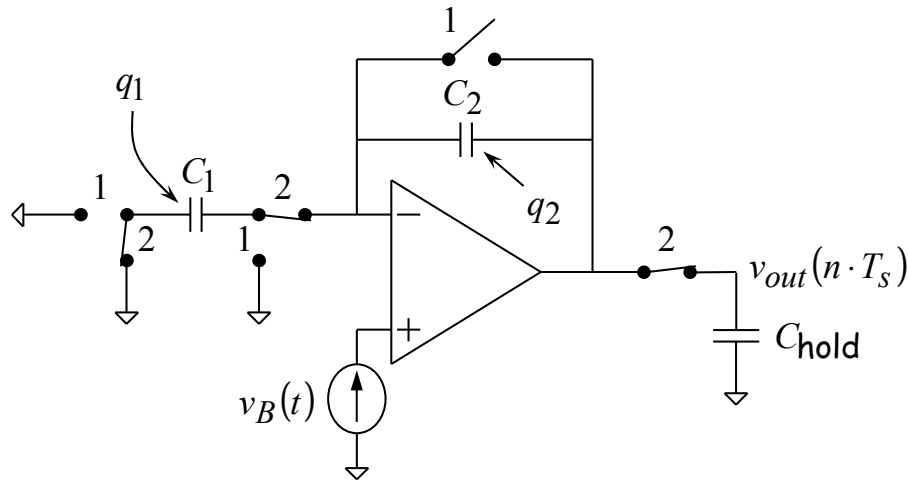
$$q_2(\Phi_2) = q_2(\Phi_1) + q_1(\Phi_1) \Rightarrow C_2 v_{out}((n+1) \cdot T_s) = C_1 v_{in} \left( n \cdot T_s + \frac{T_s}{2} \right)$$

$$\frac{v_{out}((n+1) \cdot T_s)}{v_{in} \left( n \cdot T_s + \frac{T_s}{2} \right)} = \frac{C_1}{C_2} \Rightarrow \text{Amplificateur de gain } C_1/C_2$$

Question : que se passe-t-il si l'ampop possède un offset ou un bruit équivalent en entrée  $V_B(t)$  ?

Pour étudier ce qui se passe, on peut supposer  $v_{in} = 0$ , ce qui simplifiera les notations.

On a la situation suivante :



A la fin de la phase  $\Phi_1$ , on a :  $q_1(\Phi_1) = 0$  et  $q_2(\Phi_1) = 0$

Après fermeture des interrupteurs n°2,  $C_1$  se charge de :

$$q_1 = -C_1 \cdot v_B(t)$$

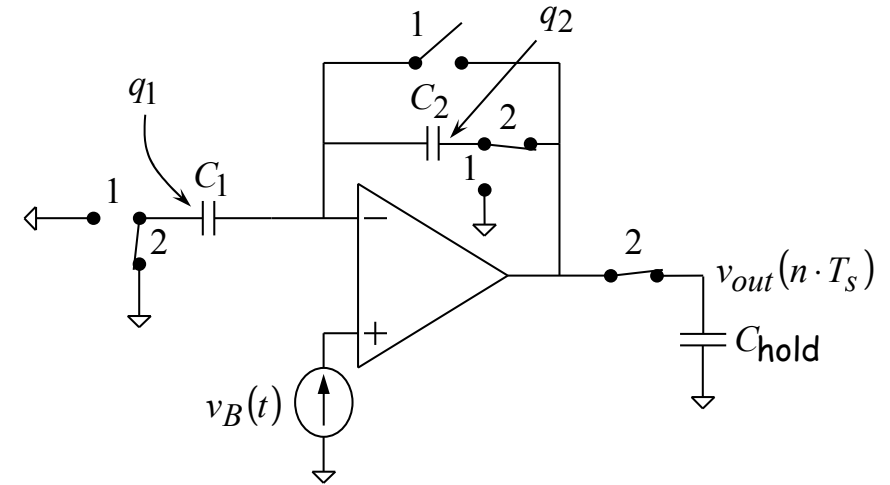
Ce transfert de charges passe nécessairement par  $C_2$  et à la fin de la phase  $\Phi_2$ , on a :

$$q_1(\Phi_2) = -C_1 \cdot v_B(n \cdot T_s) \text{ et } q_2(\Phi_2) = C_1 \cdot v_B(n \cdot T_s)$$

$$\text{Or : } q_2(\Phi_2) = C_2 \cdot [v_{out}(n \cdot T_s) - v_B(n \cdot T_s)] = C_1 \cdot v_B(n \cdot T_s)$$

$$\Rightarrow v_{out}(n \cdot T_s) = \left(1 + \frac{C_1}{C_2}\right) \cdot v_B(n \cdot T_s) \Rightarrow \text{L'offset et le bruit sont amplifiés comme le signal } v_{in}!$$

En revanche, en choisissant le montage suivant :



on stocke à la fin de la phase  $\Phi_1$  l'offset et le bruit sur les capacités  $C_1$  et  $C_2$  :

$$q_1(\Phi_1) = -C_1 \cdot v_B\left(n \cdot T_s + \frac{T_s}{2}\right) \text{ et } q_2(\Phi_1) = -C_2 \cdot v_B\left(n \cdot T_s + \frac{T_s}{2}\right)$$

A la fermeture des interrupteurs n°2, un transfert de charge  $dq_1$  va avoir lieu à travers  $C_1$  et  $C_2$ . Ainsi, à l'instant  $t$  compris entre  $nT_s + T_s/2$  et  $(n+1)T_s$ , on a :

$$dq_1(t) = q_1(t) - q_1\left(n \cdot T_s + \frac{T_s}{2}\right) = -C_1 \cdot \left[v_B(t) - v_B\left(n \cdot T_s + \frac{T_s}{2}\right)\right]$$

Par conséquent :  $q_2(t) = -C_2 \cdot v_B \left( n \cdot T_s + \frac{T_s}{2} \right) + dq_1(t)$

$$= -C_2 \cdot v_B \left( n T_s + \frac{T_s}{2} \right) - C_1 \cdot \left[ v_B(t) - v_B \left( n T_s + \frac{T_s}{2} \right) \right] = C_2 \cdot [v_{out}(t) - v_B(t)]$$

Ainsi, durant la phase  $\Phi_2$  :

$$v_{out}(t) = \left( 1 - \frac{C_1}{C_2} \right) \cdot \left[ v_B(t) - v_B \left( n \cdot T_s + \frac{T_s}{2} \right) \right] \rightarrow \text{phase d'auto-zéro de l'offset et du bruit}$$

A la fin de la phase  $\Phi_2$ , le signal  $v_{out}(t)$  est bloqué sur la capacité  $C_{hold}$  et l'on a :

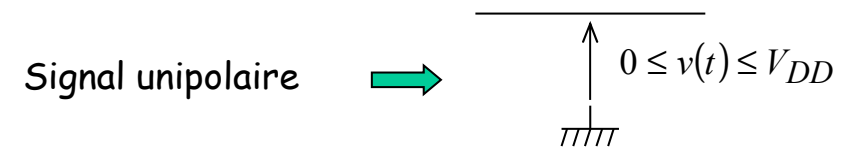
$$v_{out}((n+1) \cdot T_s) = \left( 1 - \frac{C_1}{C_2} \right) \cdot \left[ v_B((n+1) \cdot T_s) - v_B \left( n \cdot T_s + \frac{T_s}{2} \right) \right]$$

→ Le CDS correspond à un auto-zéro suivi d'un blocage.

## V. Amplificateurs totalement différentiels

Nous n'avons jusque là considéré que les bruits (thermiques et en 1/f) provenant des composants élémentaires (TMOS, résistances) constituant le circuit. Néanmoins, dans un système intégré, il existe d'autres sources de bruit provenant des couplages parasites entre les sous-systèmes. En particulier, dans les systèmes intégrés à signaux mixtes, les sous-ensembles numériques perturbent très souvent les sous-ensembles analogiques par couplage direct ou via le substrat. Le cas typique est celui d'une piste d'horloge passant à proximité d'un nœud analogique très sensible (sortie de capteur, de préamplificateur,...). A chaque front d'horloge, une perturbation de plusieurs millivolts peut être observée sur le signal!

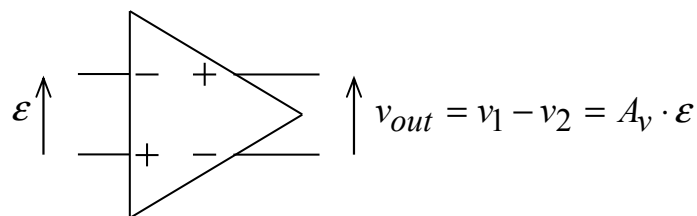
Une solution élégante pour s'affranchir de ces perturbations est de faire porter le signal par la différence de potentiels entre deux pistes → signal différentiel. Cette technique a l'avantage aussi de permettre un doublement de la dynamique du signal pour une tension d'alimentation  $V_{DD}$  donnée :



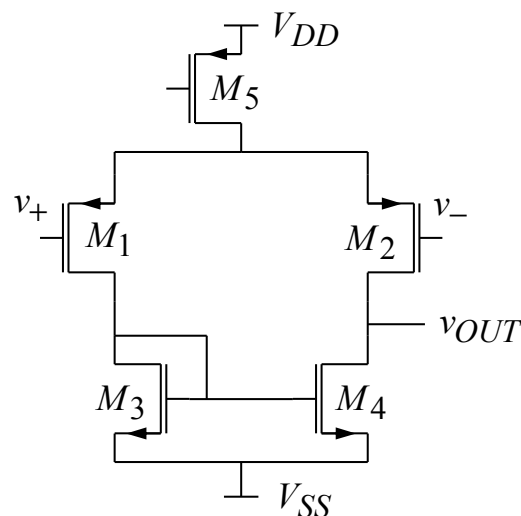
Signal différentiel (bipolaire)  $\Rightarrow \overline{0 - V_{DD} \leq v(t) \leq V_{DD} - 0}$

$$\boxed{-V_{DD} \leq v(t) \leq V_{DD}}$$

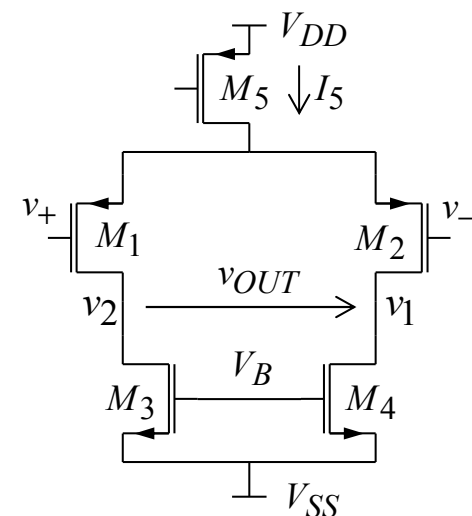
N.B.: Cette technique a l'inconvénient de nécessiter deux pistes et l'utilisation d'amplificateurs opérationnels à entrée et sortie différentielles, i.e. des ampops totalement différentiels (fully differential) :



Un ampop totalement différentiel se construit simplement à partir d'un ampop à sortie unipolaire en supprimant la conversion 2:1 fabriquant cette sortie unipolaire! Cette conversion est très souvent placée au niveau de l'étage différentiel d'entrée. Il suffit donc de supprimer le miroir de courant de la charge active de l'étage différentiel pour obtenir un ampop à entrée et sortie différentielles :

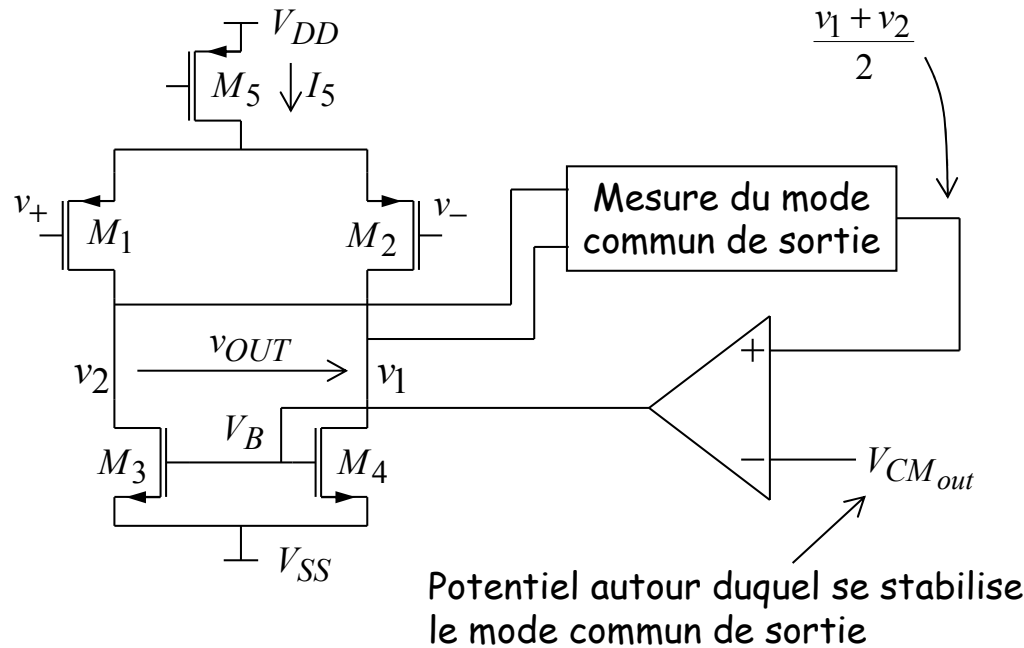


Ampop à sortie unipolaire



Ampop totalement différentiel

L'ampop totalement différentiel ne s'auto-polarise pas! Il est nécessaire de stabiliser le potentiel  $V_B$  sur les grilles communes à M3 et M4 pour que ces derniers laissent passer exactement  $I_5/2$  tout en restant saturés. En raison des dispersions de fabrication, ceci ne peut être assuré simplement et les potentiels  $v_1$  et  $v_2$  sont susceptibles de se bloquer à  $V_{DD}$  ou  $V_{SS} \rightarrow$  Il faut un circuit de stabilisation du mode commun en sortie.

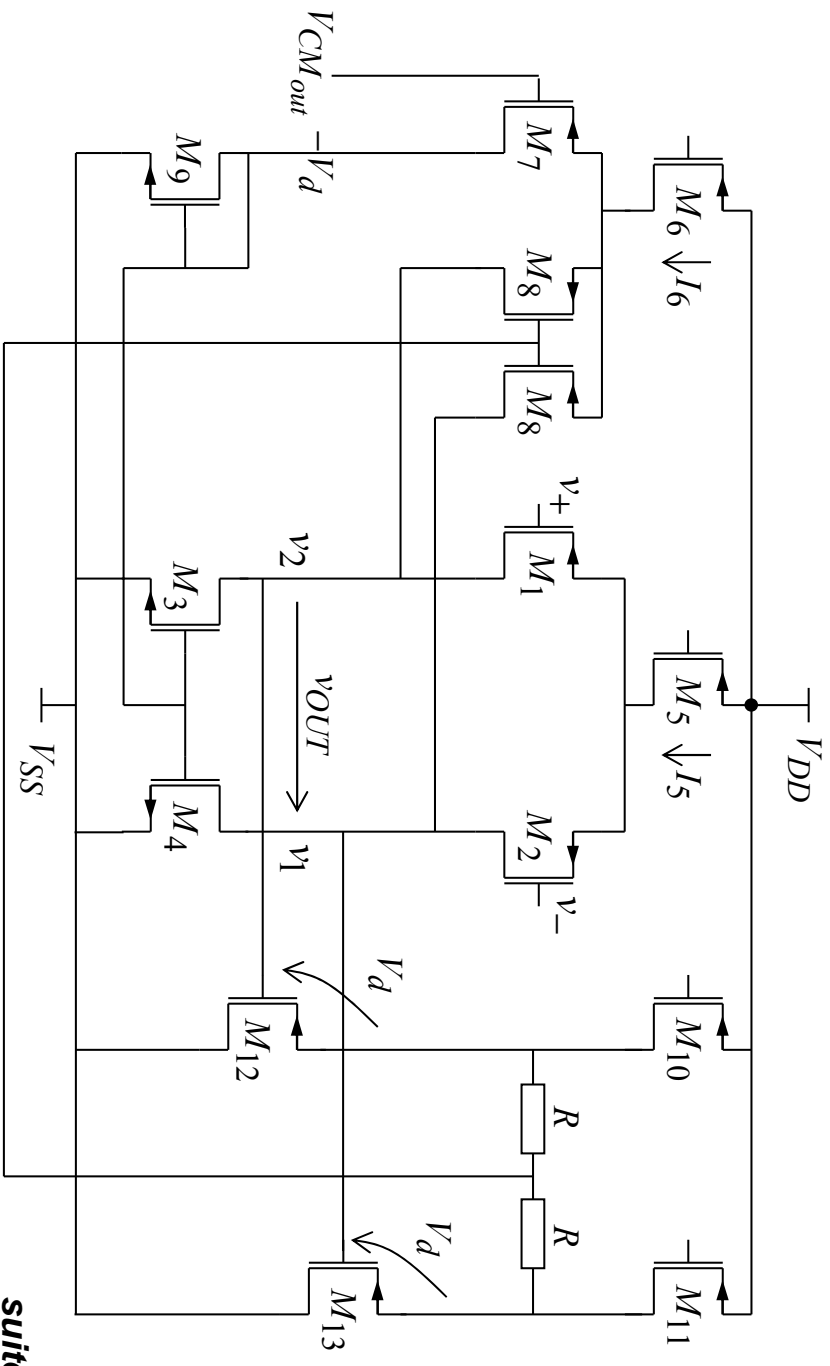


### Exemple de réalisation :

M3 et M4 sont dimensionnés de telle sorte qu'ils puissent absorber le courant  $I_5/2 + I_6/4$  en mode saturé. Les deux transistors M8 sont tels que  $W_8 = W_7/2$ . Ils sont donc polarisés par le courant  $I_6/4$ .

Les étages suiveurs (M10,M12) et (M11,M13) sont identiques et permettent de décaler  $v_1$  et  $v_2$  d'une tension  $V_{GS10}=V_{GS11}$  constante. Nous la noterons  $V_d$ .

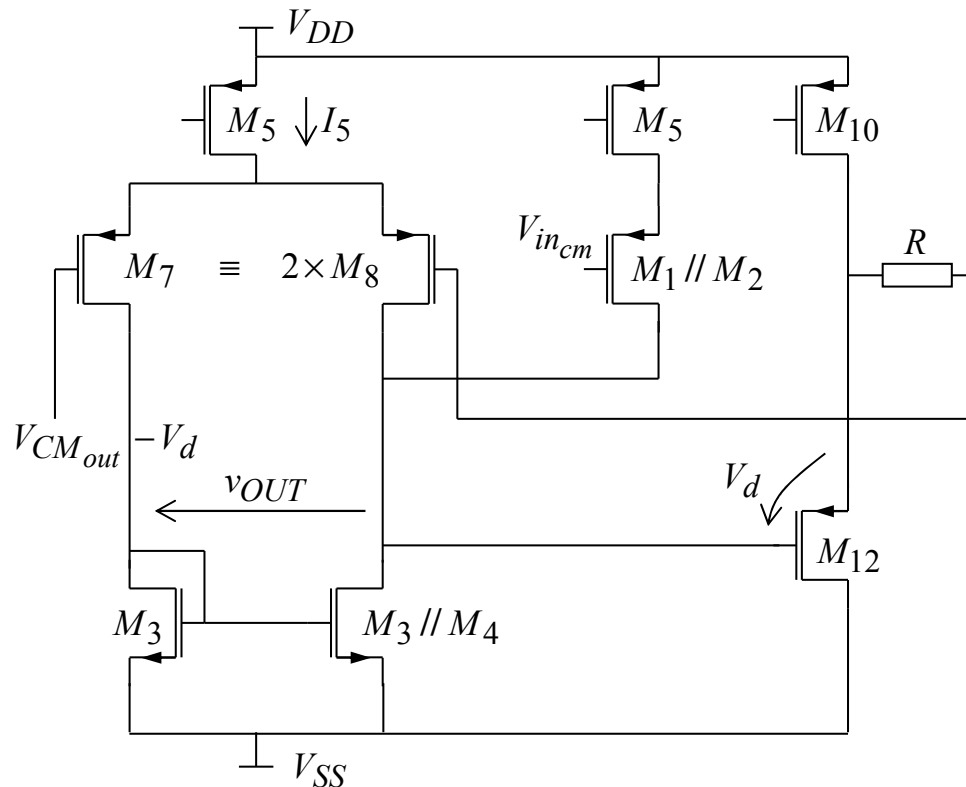
**suite**



suite



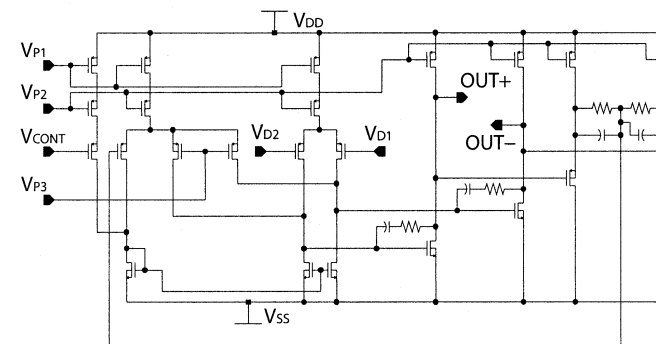
En fonctionnement normal, le potentiel en sortie du suiveur ( $M_{10}, M_{12}$ ) est donc  $v_2 - V_d$  et celui en sortie de ( $M_{11}, M_{13}$ ) est  $v_1 - V_d$ . Le potentiel sur le point milieu des deux résistances  $R$  est donc  $(v_1 + v_2)/2 - V_d$ . D'autre part, du point de vue du mode commun, i.e. si l'on attaque l'ampop par un même signal  $v_- = v_+ = v_{incm}$  de mode commun, on s'aperçoit que tout se passe comme si l'on avait le schéma suivant :



➔ Du point de vue du mode commun, le circuit se comporte comme un ampop unipolaire monté en suiveur. Sa sortie (de mode commun) est donc égale au potentiel  $V_{CMout} - V_d$  appliqué en entrée.

➔ Le potentiel de mode commun de  $v_{OUT} = (v_1 + v_2)/2$  est donc maintenu à  $V_{CMout}$ .

### OTA Miller totalement différentiel :



Differential output range:  $\pm 3.15$  V  
DC gain > 98 dB  
Unity gain frequency: 5.2 MHz  
Phase margin:  $78^\circ$  for 4 pF load  
Supply voltage:  $\pm 2.5$  V  
Power consumption: 2.4 mW

Remarque : Il est important de vérifier que l'ampop stabilisant le mode commun ait une bande passante (un GBW) au moins égale à celle de l'ampop totalement différentiel, de façon assurer une stabilisation du mode commun quelle que soit la fréquence du signal différentiel.

**suite**

## PARTIE II:

### Architectures Analogiques Faible Tension

#### I Généralités

#### II Etages différentiels d'entrée rail-to-rail

#### III Exemple d'un OTA Miller rail-to-rail

#### IV Architectures à très faible tension d'alimentation

## I. Généralités

Regardons les tensions d'alimentation,  $V_{DD}$ , et les tensions de seuil,  $V_T$ , de quelques technologies industrielles (source web - Europractice ou CMP).

$L_{min}$	$V_{Tn}$ (V)	$V_{Tp}$ (V)	$V_{DD}$
1,2 $\mu m$	0,75	-0,75	5V
0,8 $\mu m$	0,82	-0,77	5V
0,7 $\mu m$	0,75	-1	5V
0,6 $\mu m$	0,9	-0,85	5V
0,5 $\mu m$	0,6	-0,59	3,6V (opt. 5V)
0,35 $\mu m$	0,5	-0,7	3,3V (opt. 5V)
0,25 $\mu m$	0,55	-0,65	2,5V ( $t_{ox}=5nm$ ) 3,3V ( $t_{ox}=6,5nm$ )
0,18 $\mu m$	0,5	-0,5	1,8V ( $t_{ox}=3,5nm$ ) 3,3V ( $t_{ox}=6,5nm$ )
0,13 $\mu m$	0,38	-0,39	1,2V ( $t_{ox}=3,3nm$ )
0,12 $\mu m$ effectif	0,5	-0,48	2,5V ( $t_{ox}=5nm$ )
	0,57	-0,59	3,3V ( $t_{ox}=6,5nm$ )
90 nm	-	-	1V – 1,2V
65nm effectif			2,5V – 3,3V

La réduction de la dimension des TMOS entraîne une réduction simultanée de l'épaisseur de l'oxyde de grille,  $t_{ox}$ , et de la tension d'alimentation, le champ électrique dans la structure ne devant pas dépassé le champ de claquage de l'oxyde.

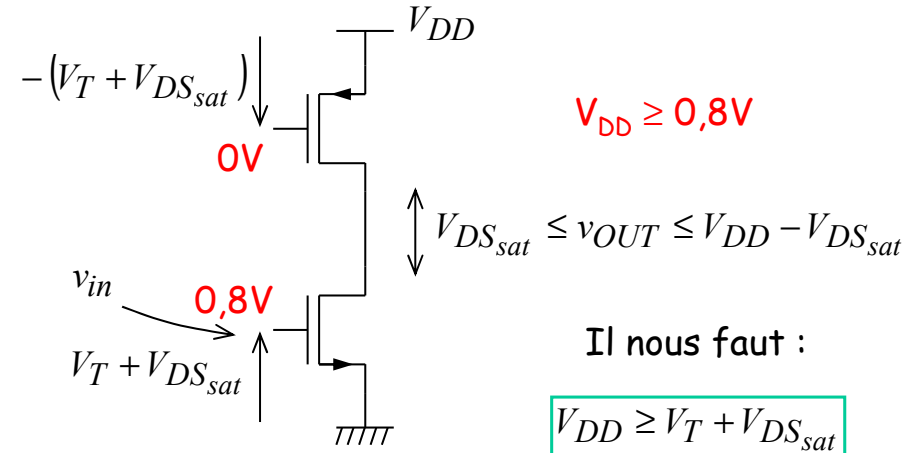
En revanche, la tension de seuil des TMOS,  $V_T$ , n'est pas réduite dans les mêmes proportions (pb de fuite des TMOS lorsqu'ils sont OFF et ont un faible  $V_T$ ).

Ceci conduit à une réduction de la dynamique des signaux dans les circuits analogiques. Il est alors nécessaire d'adapter les architectures conventionnelles pour qu'elles fonctionnent encore à faible tension d'alimentation.

D'après le tableau précédent, une valeur conservative de la tension de seuil est  $V_T = 0,7V$ .

Pour fonctionner, le TMOS doit être polarisé avec un  $V_{GS}$  égal à  $V_T + V_{DSsat}$ . Nous allons maintenant déterminer la tension d'alimentation  $V_{DD}$  minimale nécessaire au fonctionnement des étages conventionnels que nous avons déjà étudiés. Pour cela nous choisirons  $V_{Tn} = -V_{Tp} = 0,7V$  et  $V_{DSsat} = 100mV$  (limite de l'inversion forte).

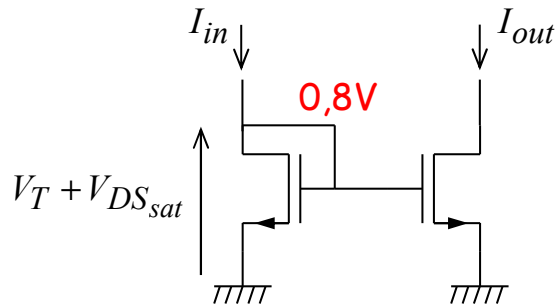
Etage de gain simple :



N.B.: Si  $V_{DD}$  est exactement égal à  $V_T + V_{DSSat}$ , le signal variationnel  $v_{in}$  s'ajoutant en entrée sur la tension de polarisation  $V_T + V_{DSSat}$  va entraîner un dépassement de  $V_{DD}$  pour le potentiel de grille du NMOS ! En toute rigueur,  $V_{DD}$  doit donc être supérieur à  $V_T + V_{DSSat} + V_{marge}$ , où  $V_{marge}$  représente la dynamique de variation du signal d'entrée  $v_{in}$  (et des variations de process).

→ L'étage de gain simple arrive à fonctionner avec de petites tensions d'alimentation. D'autre part, sa dynamique de sortie correspond à  $V_{DD}$ , à un  $V_{DSsat}$  près ( $OUT_- = V_{DSsat}$  et  $OUT_+ = V_{DD} - V_{DSsat}$ ) → étage dit rail-to-rail en sortie.

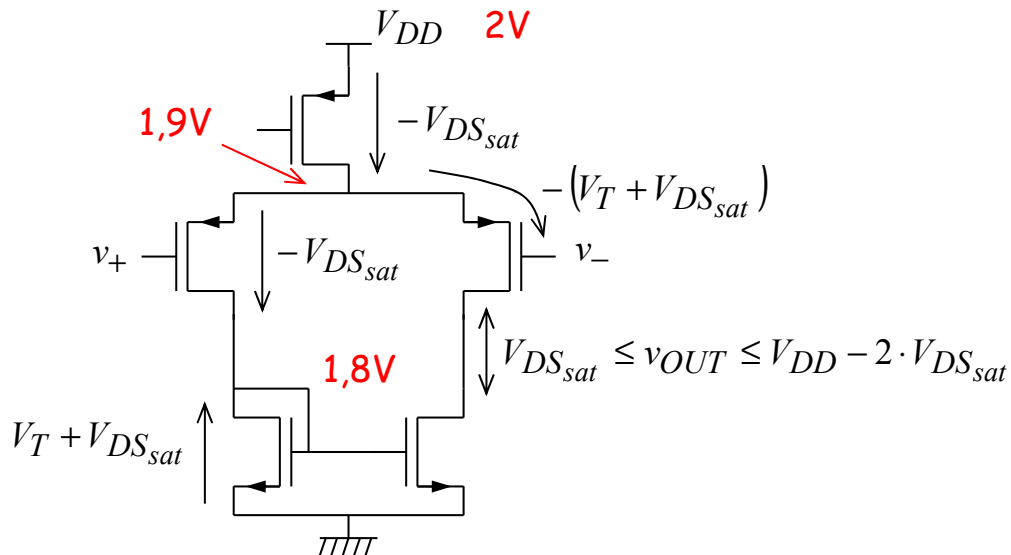
### Miroir de courant simple :



Il nous faut :

$$V_{DD} \geq V_T + V_{DSsat}$$

### Etage différentiel simple :



Il nous faut :

$$V_{DD} \geq V_T + 3 \cdot V_{DSsat}$$

D'autre part, la dynamique d'entrée en mode commun de l'étage différentiel est donnée par :

$$V_{DSsat} \leq v_{inCM} \leq V_{DD} - V_T - 2 \cdot V_{DSsat}$$

Par conséquent, si l'on choisit  $V_{DD} = V_T + 3 \cdot V_{DSsat}$ , alors le circuit est obligé de travailler autour du mode commun  $v_{inCM} = V_{DSsat} = 100\text{mV}$  !! La dynamique d'entrée en mode commun ( $CMR_+ - CMR_-$ ) est nulle !

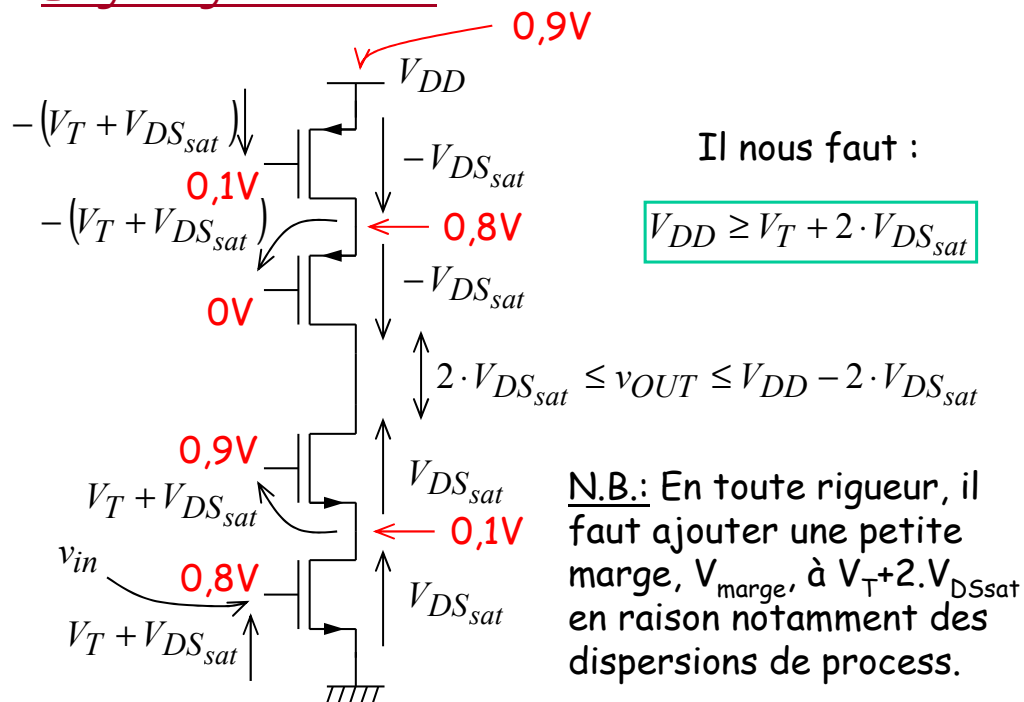
D'autre part, pour  $V_{DD} = V_T + 3 \cdot V_{DSsat}$ , la dynamique de sortie est réduite à  $1 V_T$ .

➡ En pratique, il faut ajouter à  $V_T + 3 \cdot V_{DSsat}$  une bonne marge (par exemple 1V), pour que le circuit soit fonctionnel, soit un  $V_{DD}$  minimal d'environ 2V.

Remarque : L'étage différentiel semble donc le plus limitatif du point de vue de la tension d'alimentation et surtout **du point de vue du mode commun en entrée**. La structure classique ne permet pas d'avoir un mode commun d'entrée rail-to-rail.

Pourtant, on ne peut se passer d'étage différentiel car il assure une fonction essentielle dans la conception d'ampop, celle de rendre flottant le port d'entrée (non référencé à un potentiel fixe, i.e. la masse).

### Etage de gain cascodé :

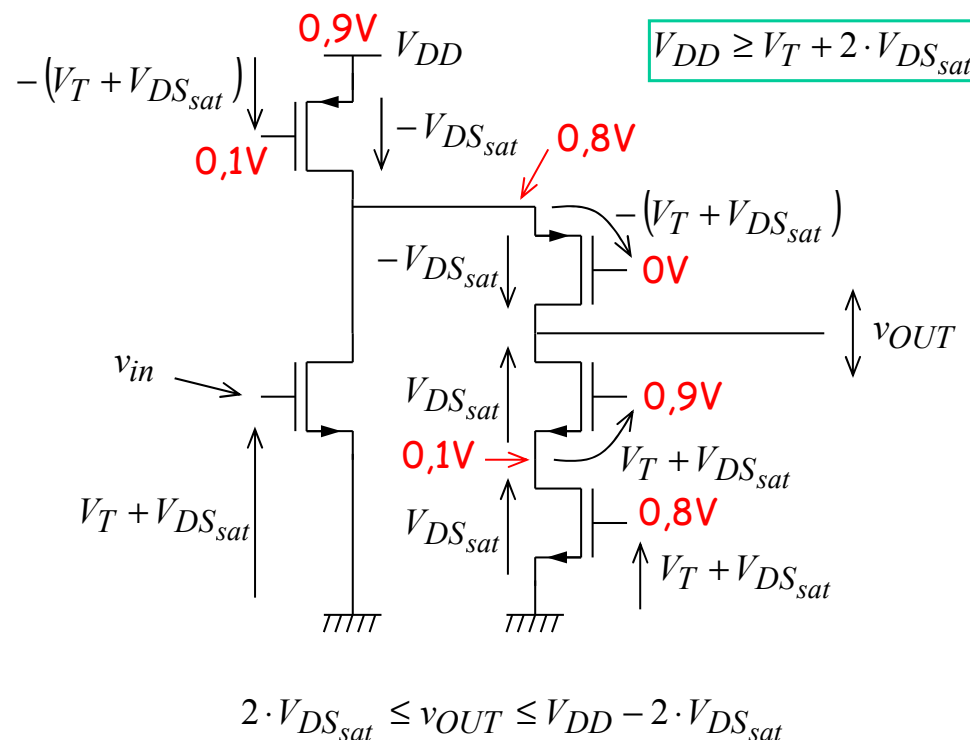


L'étage de gain cascodé présente une bonne dynamique de sortie, un peu moins bonne que celle de l'étage de gain simple, et commence à fonctionner pour une tension d'alimentation assez faible.

➡ On peut aussi replier l'étage de gain cascodé.

### Etage de gain cascodé replié :

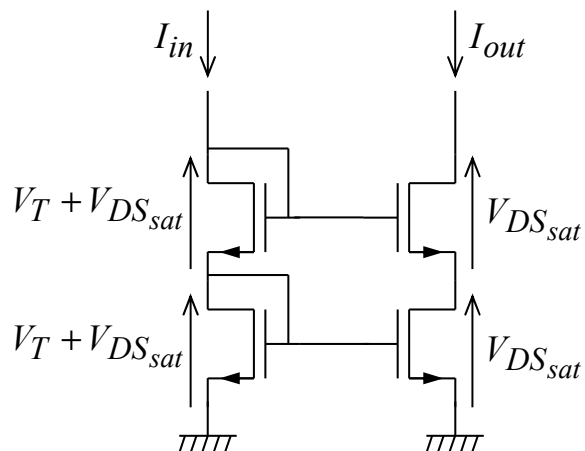
Il nous faut :



En terme de tension d'alimentation et de dynamique de sortie l'étage de gain cascodé replié est équivalent à l'étage de gain cascodé simple (ou appelé aussi téléscopique).

On verra qu'il est utile dans les étages d'entrée différentiels rail-to-rail.

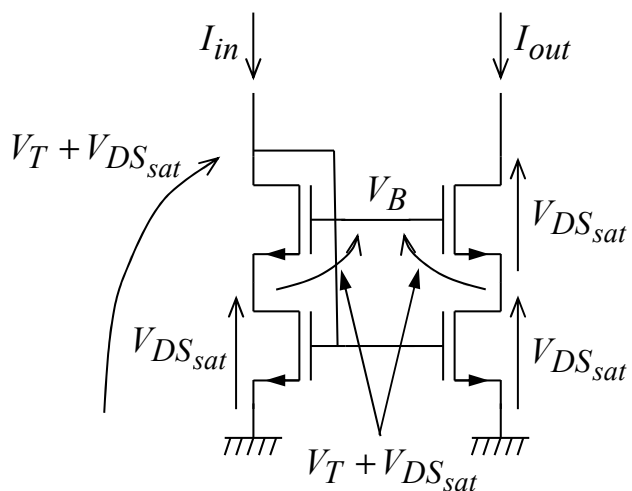
### Miroir de courant cascodé classique :



Il nous faut :

$$V_{DD} \geq 2 \cdot V_T + 2 \cdot V_{DS_{sat}}$$

### Miroir de courant cascodé faible tension d'alimentation :

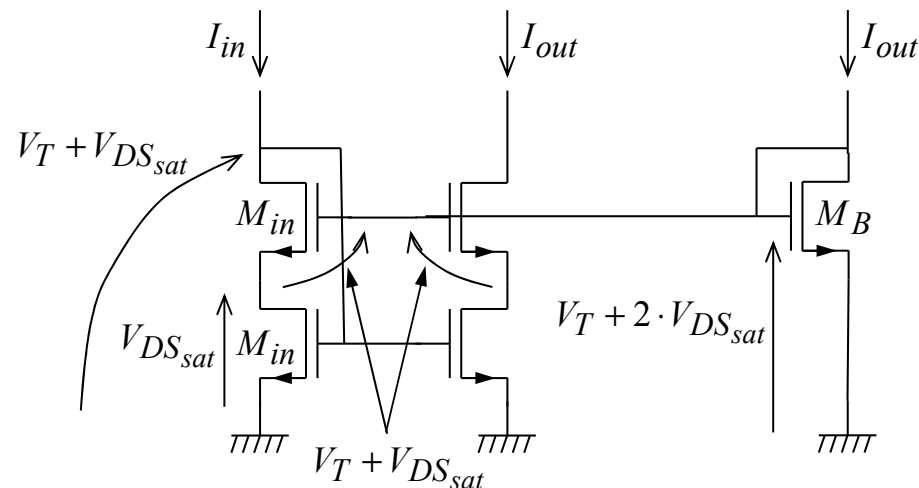


Il faut polariser la grille du TMOS en cascode par :

$$V_B = V_T + 2V_{DS_{sat}}$$

Il nous faut :

$$V_{DD} \geq V_T + 2 \cdot V_{DS_{sat}}$$



Il suffit de choisir le courant de polarisation  $I_{in} = I_B$  et l'on a :

$$I_{in} = \frac{1}{2} \cdot K P_n \cdot \frac{W_{in}}{L_{in}} \cdot V_{DS_{sat}}^2 = I_B = \frac{1}{2} \cdot K P_n \cdot \frac{W_B}{L_B} \cdot (2 \cdot V_{DS_{sat}})^2$$

$$\Rightarrow \frac{W_{in}}{L_{in}} = 4 \cdot \frac{W_B}{L_B}$$

Ces miroirs de courant cascodés permettent de construire des étages différentiels rail-to-rail...

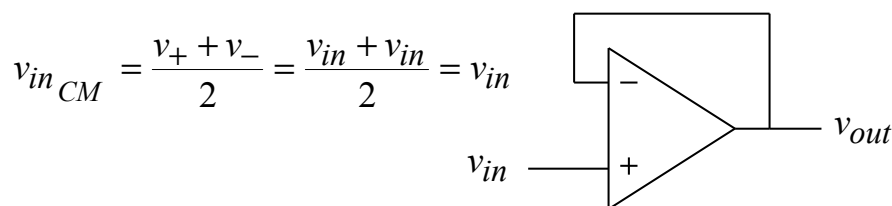
## II. Etages différentiels d'entrée rail-to-rail

L'étude précédente nous a montré que l'étage le plus critique est l'étage différentiel d'entrée, notamment du point de vue de sa dynamique d'entrée en mode commun qui, pour un étage classique, a une amplitude de :

$$CMR_+ - CMR_- = V_{DD} - V_T - 2 \cdot V_{DS_{sat}} = V_{DD} - 900mV$$

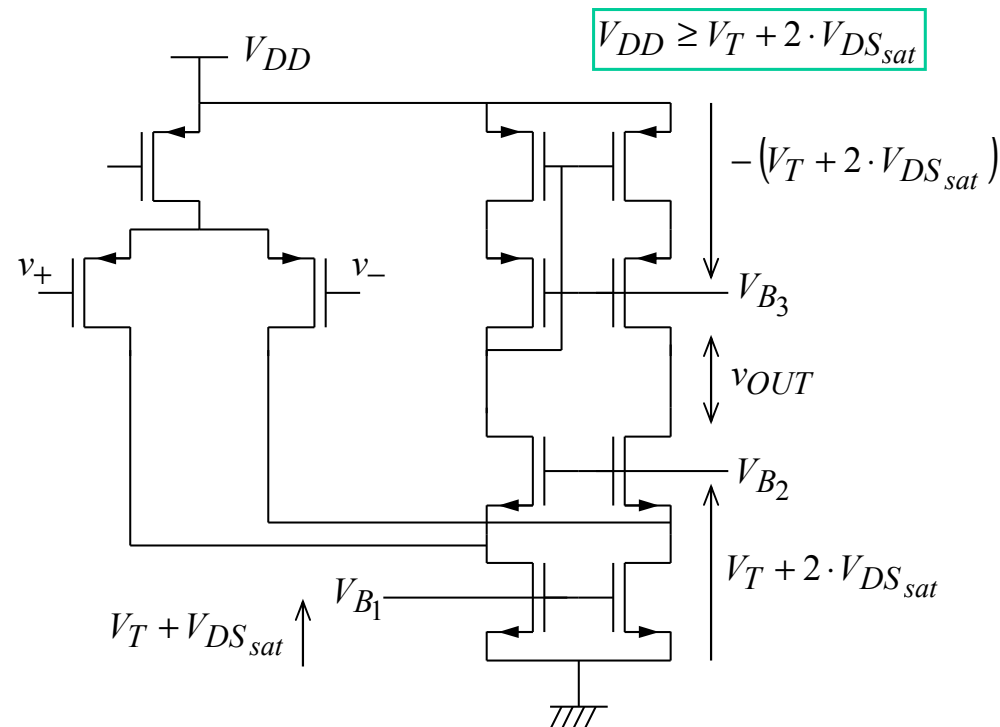
typiquement pour  $V_T = 700mV$  et  $V_{DS_{sat}} = 100mV$

Pour de faibles tensions d'alimentation  $V_{DD}$ , cette limitation pose un réel problème, notamment, par exemple, pour la réalisation de buffer où le signal de mode commun est égal au signal d'entrée :



Il faut trouver un moyen de réaliser des étages d'entrée rail-to-rail !

### → Etage différentiel cascodé replié :



$$2 \cdot V_{DS_{sat}} \leq v_{OUT} \leq V_{DD} - 2 \cdot V_{DS_{sat}}$$

$$CMR_+ = V_{DD} - V_T - 2 \cdot V_{DS_{sat}}$$

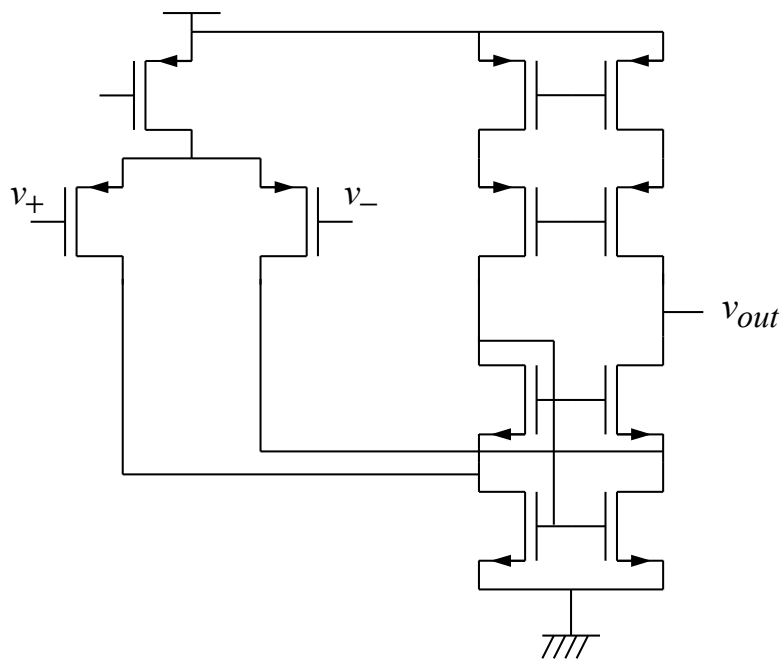
$$CMR_- = 0 + V_{DS_{sat}} - V_T < 0V$$



→ L'étage différentiel cascodé replié entrant sur des PMOS permet d'avoir un  $CMR_-$  inférieur au  $V_{SS}$ , ce qui est particulièrement intéressant !

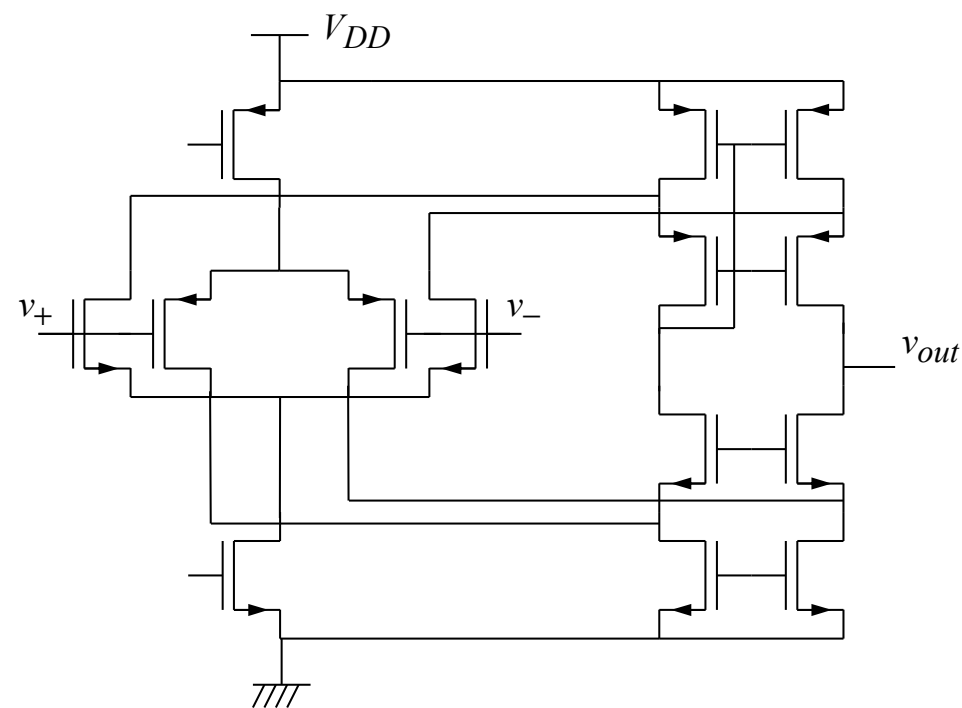
Néanmoins, son  $CMR_+$  reste limité à  $1.V_T + 2.V_{DSSat}$  du  $V_{DD}$ .

Remarque : La position du miroir (de la conversion 2:1) n'importe pas car en utilisant le schéma suivant, le courant différentiel sortant de la paire d'entrée est injecté dans le miroir cascodé sur des impédances de  $1/g_m$ , identiques au cas du schéma de la page précédente.



→ Etage différentiel rail-to-rail :

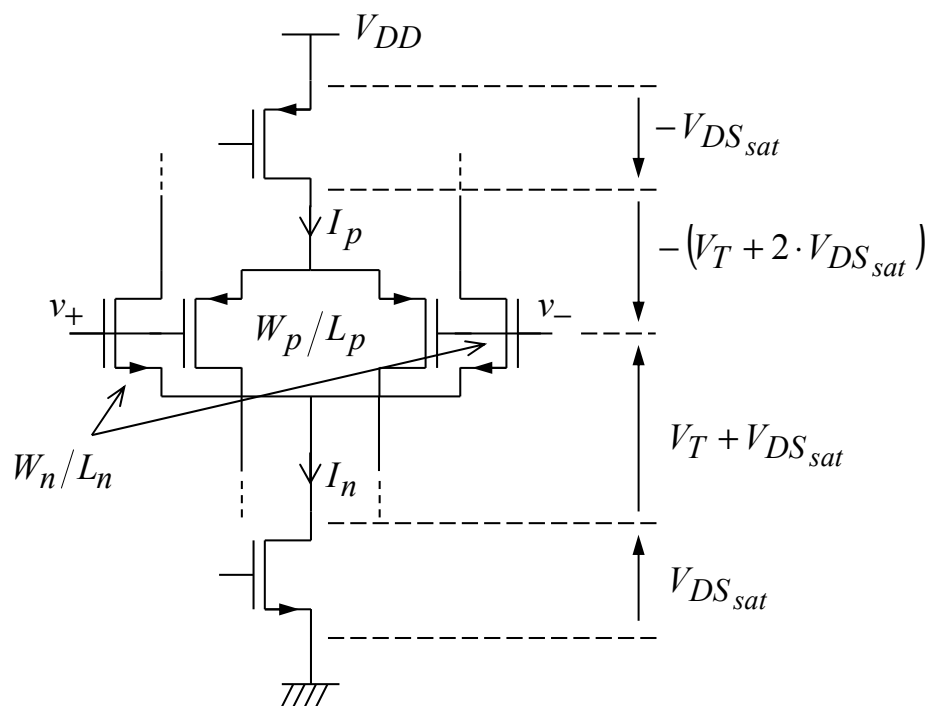
Inversement, un étage différentiel cascodé replié entrant sur des NMOS va permettre d'avoir un  $CMR_+$  supérieur à  $V_{DD}$ . Il suffit alors de coupler tête-bêche deux étages différentiels complémentaires pour obtenir un étage d'entrée différentiel rail-to-rail :



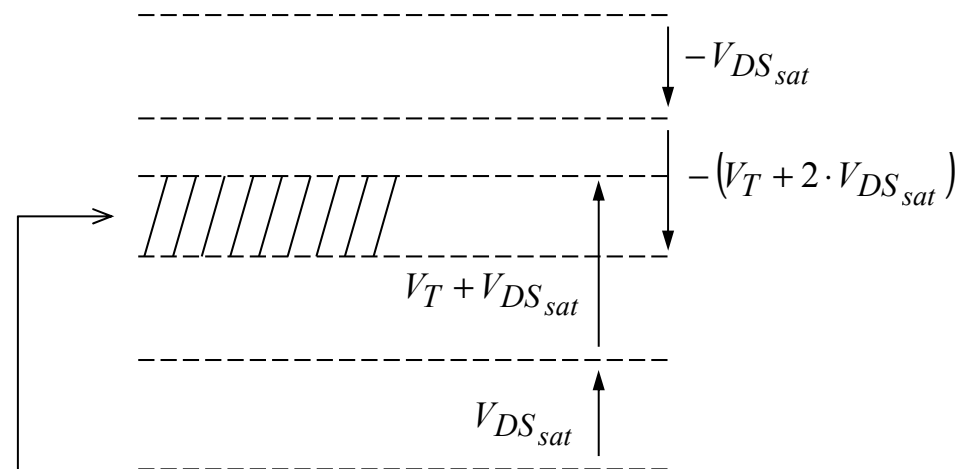
N.B.: Un tel ampli possède un offset systématique!

Il est important de noter que cet étage différentiel rail-to-rail ne commence à fonctionner que pour une tension d'alimentation :

$$V_{DD} \geq 2 \cdot V_T + 4 \cdot V_{DS_{sat}}$$



Si  $V_{DD} \leq 2 \cdot V_T + 4 \cdot V_{DS_{sat}}$ , il y aura une zone "morte" au milieu de la dynamique d'entrée en mode commun où le circuit ne fonctionne pas.



Dynamique d'entrée de mode commun où le circuit ne fonctionne pas (zone morte) !

D'autre part, pour  $V_{DD} > 2 \cdot V_T + 4 \cdot V_{DS_{sat}}$ , il existe une zone, au centre de la dynamique d'entrée en mode commun, où les deux paires différentiels d'entrée NMOS et PMOS fonctionnent simultanément. Le  $g_m$  équivalent est alors la somme des  $g_m$  des deux paires différentielles :

$$g_m = g_{m_n} + g_{m_p}$$

En revanche, lorsque la tension de mode commun en entrée est assez élevée, seul l'étage à entrée sur les NMOS fonctionne et :

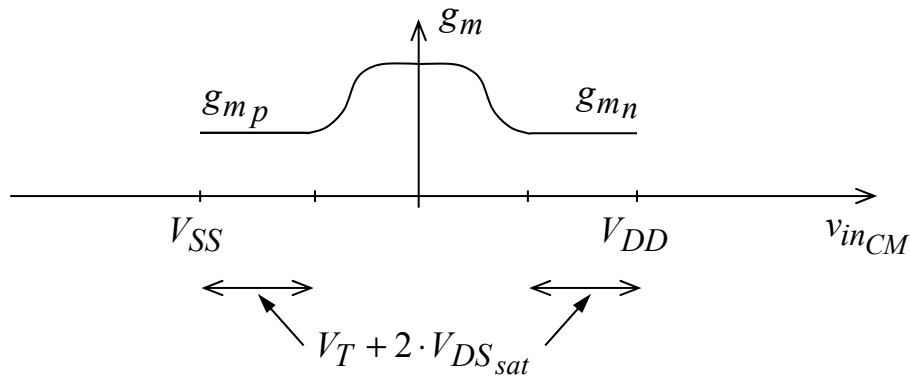
$$g_m = g_{m_n}$$

Inversement, on a :

$$g_m = g_{m_p}$$

lorsque la tension d'entrée de mode commun est assez proche de  $V_{SS}$ .

Par conséquent, la transconductance  $g_m$  de l'étage différentiel n'est pas constante sur toute la dynamique de mode commun :



Ceci est gênant car le GBW de l'amplificateur  $g_m/C_L$ , où  $C_L$  représente la capacité de charge en sortie, n'est pas constant, tout comme le gain statique qui varie avec le mode commun en entrée.

En supposant les transistors en saturation forte et en supposant que les paires NMOS et PMOS fonctionnent toutes deux, la transconductance totale,  $g_m$ , est donnée par :

$$g_m = \sqrt{KP_n \cdot \frac{W_n}{L_n} \cdot I_n} + \sqrt{KP_p \cdot \frac{W_p}{L_p} \cdot I_p}$$

Supposons que nous ayons choisi :  $KP_n \cdot \frac{W_n}{L_n} = KP_p \cdot \frac{W_p}{L_p}$

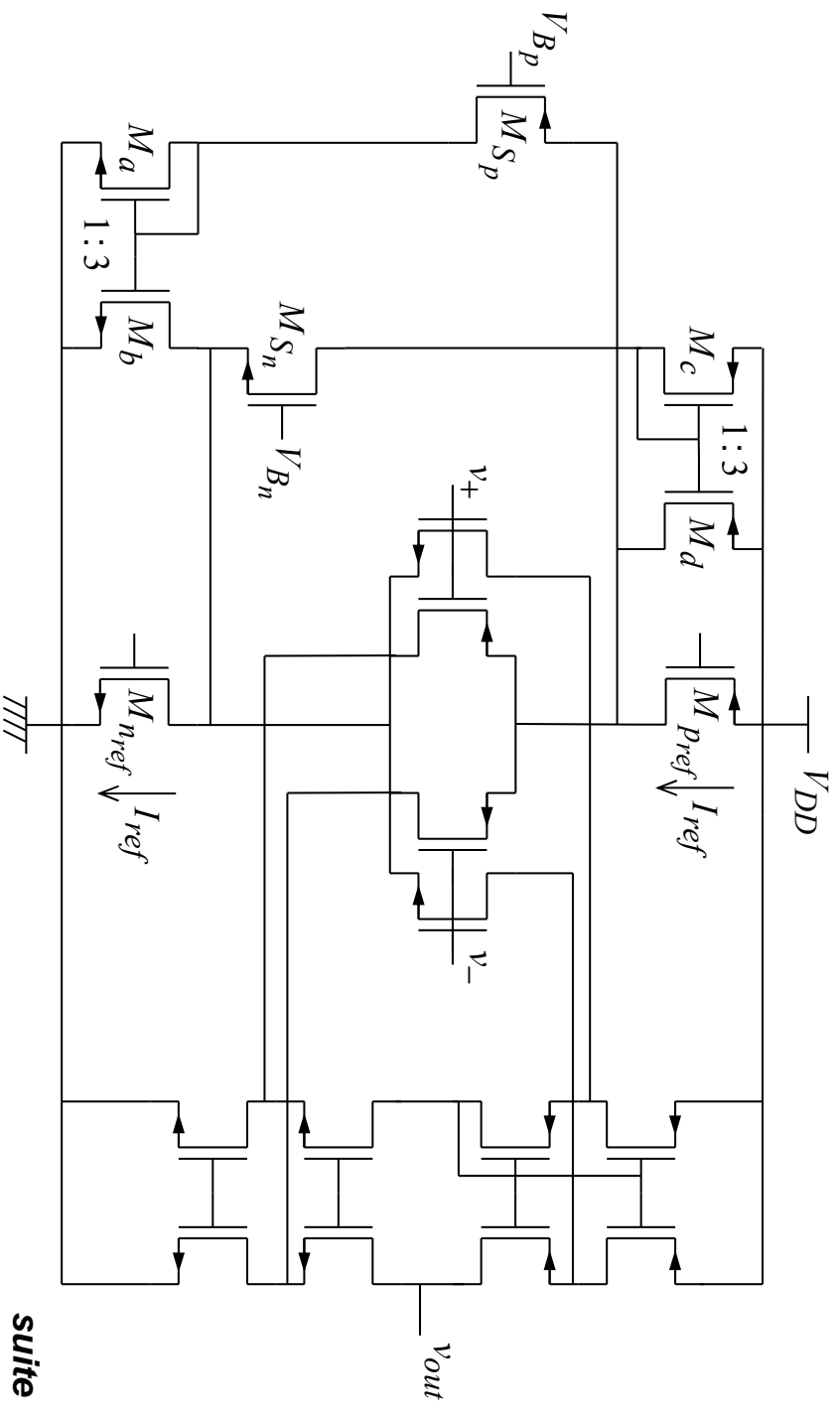
$$\Rightarrow \frac{W_p/L_p}{W_n/L_n} = \frac{KP_n}{KP_p} = \frac{\mu_n}{\mu_p} \approx 3$$

Alors,  $g_m$  restera constant quel que soit le mode commun si l'on fait en sorte que :

$$\sqrt{I_n} + \sqrt{I_p} = cste = 2 \cdot \sqrt{I_{ref}} \Rightarrow g_m = \sqrt{4 \cdot KP_n \cdot \frac{W_n}{L_n} \cdot I_{ref}}$$

Il suffit alors de choisir  $I_n = I_p = I_{ref}$  lorsque la tension de mode commun se trouve dans la zone centrale de sa dynamique, là où les deux paires différentielles fonctionnent simultanément. Puis, lorsque la tension de mode commun est trop haute ou trop basse, bloquant la paire PMOS ou NMOS, on augmente le courant  $I_n = I_{ref}$  ou  $I_p = I_{ref}$  jusqu'à  $4 I_{ref}$  en lui ajoutant  $3 I_{ref}$ . Une solution élégante pour implémenter ce système est la suivante :

**suite**

**suite**

Les transistors  $M_{Sn}$  et  $M_{Sp}$  servent d'aiguilleur de courant (de switch de courant). On choisit les potentiels polarisant leurs grilles,  $V_{Bn}$  et  $V_{Bp}$ , de telle sorte que lorsque l'entrée de mode commun se trouve dans la zone centrale, là où les deux paires différentielles fonctionnent en même temps,  $M_{Sn}$  et  $M_{Sp}$  soient tous deux bloqués. Le potentiel  $V_{Bn}$  est calculé pour que  $M_{Sn}$  se débloquent au moment où le mode commun en entrée atteint le potentiel  $V_{DD} - V_T - 2 \cdot V_{DSsat}$ , i.e. au moment où la paire différentielle PMOS commence à se bloquer...

Cette paire se bloque pour un mode commun un peu plus haut, d'environ  $V_{DD} - V_T$ . A ce moment, le courant  $I_{ref}$  du transistor  $M_{pref}$  va être dévié vers le transistor  $M_{Sn}$  et va passer dans le miroir de courant ( $M_a, M_b$ ). Le transistor  $M_{Sp}$  étant toujours bloqué, le courant  $I_b = 3 \cdot I_{ref}$  (égal à  $3I_a$ ) va alors passer dans la paire différentielle NMOS et s'ajouter au courant  $I_{ref}$  demandé par  $M_{nref}$ . La paire différentielle NMOS est alors alimentée par un courant de  $4 \cdot I_{ref}$  et le  $g_m$  de l'étage d'entrée reste égal au  $g_m$  qu'il avait lorsque le mode commun en entrée était dans la zone centrale :

$$g_m = g_{m_n} = \sqrt{4 \cdot KP_n \cdot \frac{W_n}{L_n} \cdot I_{ref}}$$

Un mécanisme similaire a lieu lorsque le mode commun passe sous  $V_{SS} + V_T + 2 \cdot V_{DSsat}$ . Cette fois, c'est  $M_{Sp}$  qui reste bloqué et  $M_{Sn}$  qui devient passant, le miroir de courant ( $M_c, M_d$ ) servant à injecter un courant de  $3I_{ref}$  dans la paire différentielle PMOS.

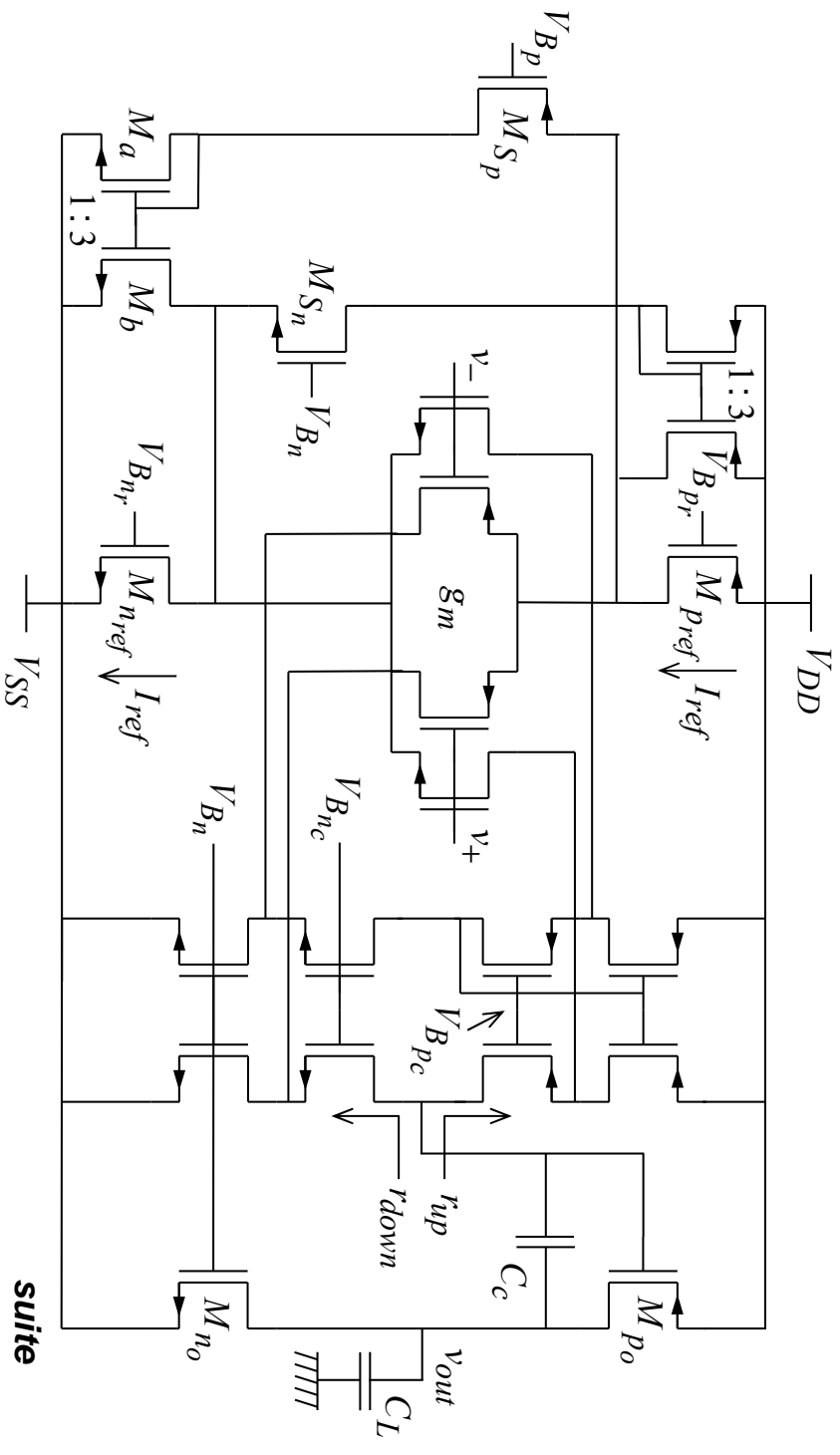
Remarque : Sur les limites de la zone centrale, le  $g_m$  n'est pas vraiment constant et augmente légèrement car la paire différentielle en voie « d'extinction » n'est pas complètement bloquée, et sa transconductance s'ajoute à celle de l'autre paire qui voit son courant augmenter. Néanmoins la variation du  $g_m$  aux franchissements des limites de la zone centrale reste raisonnable.

### III. Exemple d'un OTA Miller rail-to-rail

Pour construire un OTA à compensation Miller rail-to-rail, il suffit d'ajouter à l'étage différentiel précédent un étage de gain classique avec une capacité de compensation. Les caractéristiques dynamiques se calculent facilement, en suivant la même méthode que celle que nous avons utilisée pour l'OTA Miller conventionnel. Le pôle dominant se trouve en sortie de l'étage différentiel, conduisant à un GBW de  $g_m / C_c$ , et le pôle secondaire est situé en sortie de l'OTA. Il existe aussi des pôles situés sur les sources des transistors cascodes du miroir de courant cascodé, mais ces pôles sont généralement placés bien plus loin que le pôle non dominant. Il existe aussi le zéro de transmission,  $z_+$ , dû à la capacité de compensation. On a donc :

$$A_v = g_m \cdot (r_{up} \parallel r_{down}) \cdot \frac{g_{m_{p_o}}}{g_{ds_{n_o}} + g_{ds_{p_o}}}$$

**suite**



suite

$$GBW = \frac{g_m}{C_c}$$

$$p_{nd} = -\frac{g_{m_{p_o}}}{C_L} \quad \text{et} \quad z_t = \frac{g_{m_{p_o}}}{C_c}, \text{ etc...}$$

Exercice : Proposez un schéma pour implémenter les polarisations du circuit.

#### IV. Architectures à très faible tension d'alimentation.

De notre étude précédente, il est clair que l'élément le plus problématique lorsque la tension d'alimentation est faible est l'étage différentiel d'entrée.

Si l'on considère un étage diff classique, il est nécessaire d'avoir un  $V_{DD}$  supérieur à  $V_T + 3V_{DSsat}$ . Mais en pratique il est très souvent nécessaire de prendre beaucoup plus pour accommoder une dynamique d'entrée en mode commun suffisante.

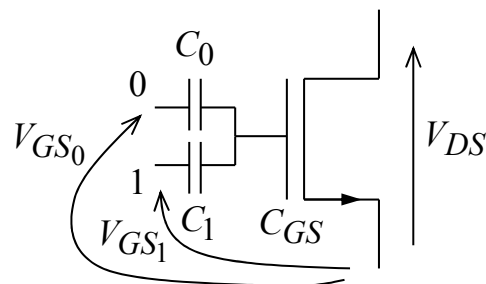
Si l'on choisit d'utiliser un étage différentiel rail-to-rail comme celui présenté au II,  $V_{DD}$  doit être supérieur à  $2V_T + 4V_{DSsat}$ .

Nous allons voir une technique, assez prometteuse et compatible avec les technologies standard de la micro-électronique, pour concevoir des étages différentiels rail-to-rail fonctionnant à très basse tension d'alimentation

Il s'agit de la technique utilisant des transistors à grille flottante à entrées multiples

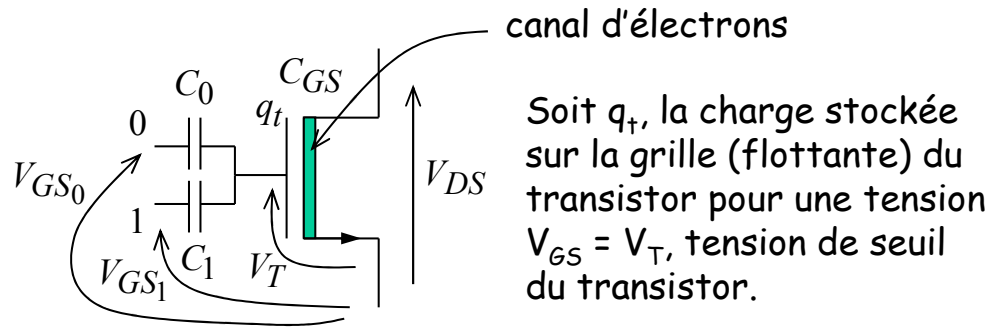
#### Transistor à grille flottante à entrées multiples :

Un transistor à grille flottante à entrées multiples (MIFGT : Multiple Input Floating Gate Transistor) est un transistor dont la grille est reliée à n capacités, où n est le nombre d'entrées. Typiquement, on utilise des transistors à deux entrées :



Indiquons par 0 et 1 les deux entrées, attaquées par les tensions  $V_{GS0}$  et  $V_{GS1}$ . D'autre part, on note  $C_0$  et  $C_1$  les capacités des entrées 0 et 1,  $C_{GS}$  étant la capacité de grille du transistor (valant  $2/3 WL C_{ox}$  lorsque ce dernier est saturé).





La charge sur la grille flottante devant nécessairement être nulle, on a :

$$C_0 \cdot (V_{GS0} - V_T) + C_1 \cdot (V_{GS1} - V_T) = C_{GS} \cdot V_T$$

Par conséquent, la tension  $V_{GS1}$  à appliquer sur l'entrée 1 pour faire apparaître le canal,  $V_{GS2}$  étant fixée à une valeur « bien choisie », i.e. la tension de seuil  $V_{T1}$  du transistor par rapport à l'entrée 1, est donnée par :

$$V_{T1} = \frac{C_0 + C_1 + C_{GS}}{C_1} \cdot V_T - \frac{C_0}{C_1} \cdot V_{GS0}$$

La tension  $V_{GS0}$  étant donnée, tout se passe comme si le transistor attaqué par l'entrée n°1 avait une tension de seuil  $V_{T1}$ . D'après l'expression ci-dessus, il est clair qu'en choisissant  $V_{GS0}$  assez grand (égal à  $V_{DD}$  par ex.), on peut faire en sorte que  $V_{T1}$  soit inférieure à  $V_T$ .

En d'autres termes, nous avons trouvé un moyen pour diminuer la tension de seuil d'un transistor. Ceci est évidemment favorable pour construire des architectures fonctionnant avec une faible tension d'alimentation.

Par exemple, en choisissant  $C_0 = 8 \cdot C_{GS}$ ,  $C_1 = C_{GS}$  et  $V_{GS0} = V_{DD}$ , pour une tension d'alimentation de 1,2V (typique en techno très fortement submicronique) et un  $V_T$  de 700mV (valeur conservatrice), on a :

$$V_{T1} = \frac{10}{1} \times 0,7 - \frac{8}{1} \cdot 1,2 = -2,6V$$

➡ Notre transistor se comporte comme un transistor à déplétion.

Remarque : Cette attaque via le diviseur capacitif  $C_1 / (C_0 + C_1 + C_{GS})$  a néanmoins l'inconvénient de réduire la transconductance effective du transistor. En effet, on a :

$$I_{DS} = \frac{1}{2} \cdot KP \cdot \frac{W}{L} \cdot (V_{GS} - V_T)^2$$

$$\text{Or, } C_0 \cdot (V_{GS0} - V_{GS}) + C_1 \cdot (V_{GS1} - V_{GS}) = C_{GS} \cdot V_{GS}$$

$$\Rightarrow V_{GS1} - V_{T1} = \frac{C_0 + C_1 + C_{GS}}{C_1} \cdot (V_{GS} - V_T)$$

Par conséquent :

$$I_{DS} = \frac{1}{2} \cdot KP \cdot \frac{W}{L} \cdot \left( \frac{C_1}{C_0 + C_1 + C_{GS}} \right)^2 (V_{GS1} - V_{T1})^2$$

et la transconductance effective du MIFGT vis-à-vis de son entrée n°1 est :

$$g_{m_1} = \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{GS_1}} = KP \cdot \frac{W}{L} \cdot \left( \frac{C_1}{C_0 + C_1 + C_{GS}} \right)^2 (V_{GS_1} - V_{T_1})$$

$$\Rightarrow g_{m1} = \frac{C_1}{C_0 + C_1 + C_{GS}} \cdot KP \cdot \frac{W}{L} \cdot (V_{GS} - V_T) = \frac{C_1}{C_0 + C_1 + C_{GS}} \cdot g_m$$

Avec les valeurs choisies pour  $C_0$  et  $C_1$ , on a :

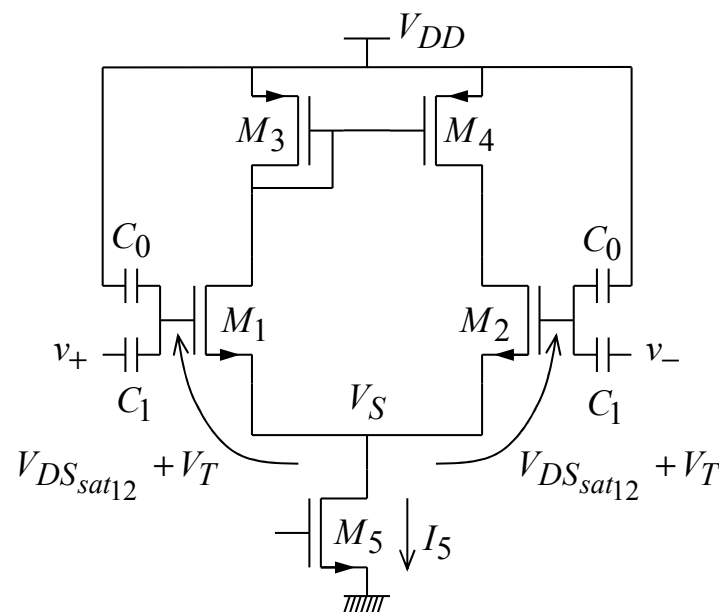
$$g_{m_1} = \frac{1}{10} \cdot g_m$$

Nous avons donc réussi à construire un transistor MOS à déplétion à partir d'un TMOS classique à enrichissement mais sa transconductance est beaucoup plus faible que celle du TMOS de base !

Néanmoins, le MIFGT est très intéressant car il permet de construire des étages différentiels fonctionnant à très faible tension d'alimentation.

Etage différentiel à MIFGT :

Nous remplaçons simplement les transistors de la paire différentielle classique par des MIFGT, l'entrée n°0 étant connectée à  $V_{DD}$  (cas d'une paire NMOS) ou à  $V_{SS}$  (cas d'une paire PMOS) pour diminuer au maximum le  $V_T$  effectif des transistors :



Pour simplifier les notations, nous supposons que  $V_{Tn} = -V_{Tp} = V_T$  (les valeurs absolues des tensions de seuil des NMOS et des PMOS sont égales).

Supposons l'étage attaqué de mode commun et notons :

$$v_+ = v_- = v_{inCM}$$

Si  $CMR_- \leq v_{inCM} \leq CMR_+$  (on est à l'intérieur de la dynamique d'entrée en mode commun), alors tous les transistors doivent être saturés, en particulier M1 et M2. Entre la grille flottante de M1 ou de M2 et leur source commune existe la tension  $V_T + V_{DSsat12}$ , tension nécessaire pour que M1 et M2 fassent chacun passer le courant  $I_5/2$ .

Par conséquent, si  $V_S$  représente le potentiel sur la source commune à M1 et M2, on a :

$$\begin{aligned} & (V_T + V_{DSsat12}) \cdot C_{GS12} \\ &= (V_{DD} - V_T - V_{DSsat12} - V_S) \cdot C_0 + (v_{inCM} - V_T - V_{DSsat12} - V_S) \cdot C_1 \end{aligned}$$

ce qui donne

$$V_S = \frac{C_0}{C_0 + C_1} \cdot V_0 + \frac{C_1}{C_0 + C_1} \cdot v_{inCM} - \frac{C_0 + C_1 + C_{GS12}}{C_0 + C_1} \cdot (V_T + V_{DSsat12})$$

On peut alors calculer le  $CMR_-$  en notant que  $V_S \geq V_{DSsat5}$  :

$$\frac{C_0}{C_0 + C_1} V_0 + \frac{C_1}{C_0 + C_1} CMR_- - \frac{C_0 + C_1 + C_{GS12}}{C_0 + C_1} (V_T + V_{DSsat12}) = V_{DSsat5}$$

On a alors :

$$CMR_- = \frac{C_0 + C_1 + C_{GS}}{C_1} \cdot (V_T + V_{DSsat12}) + \frac{C_0 + C_1}{C_1} \cdot V_{DSsat5} - \frac{C_0}{C_1} \cdot V_{DD}$$

De même, on calcule le  $CMR_+$  en écrivant que M1 et M2 doivent rester saturés, soit :

$$V_{DD} - V_T + V_{DSsat34} - V_S \geq V_{DSsat12}$$

et l'on obtient :

$$\begin{aligned} CMR_+ &= \frac{C_0 + C_1 + C_{GS}}{C_1} \cdot (V_T + V_{DSsat12}) \\ &+ \frac{C_0 + C_1}{C_1} \cdot (V_{DD} - V_T + V_{DSsat34} - V_{DSsat12}) - \frac{C_0}{C_1} \cdot V_{DD} \end{aligned}$$

### Application numérique :

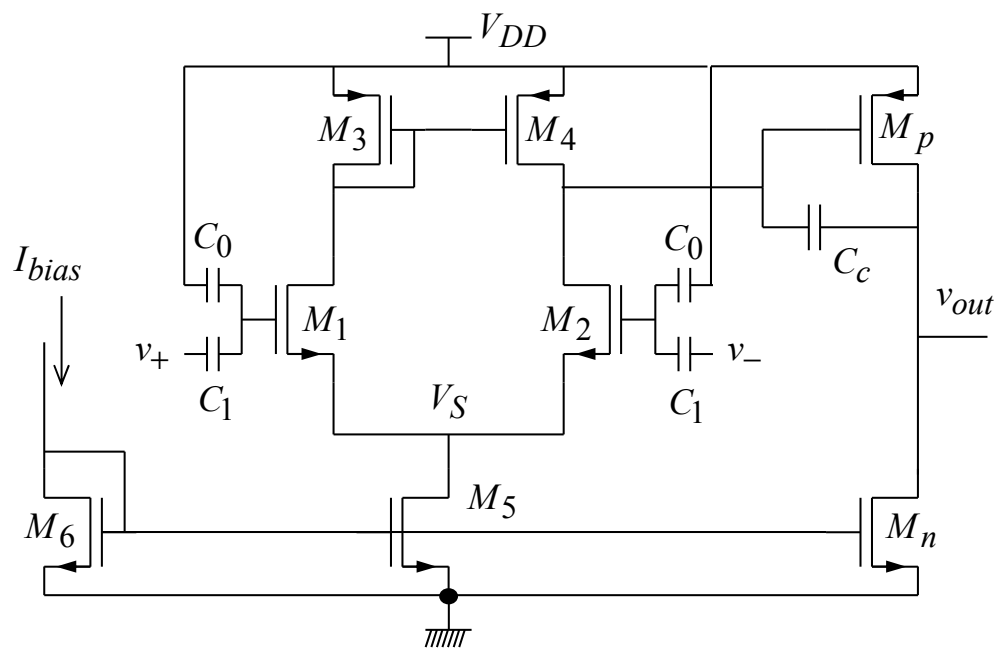
On choisit que tous les  $V_{DSsat}$  (en valeur absolue) soient égaux à 100mV et on reprend les valeurs précédentes pour  $C_0$ ,  $C_1$  et  $V_{DD}$  :

$$\left. \begin{aligned} C_0 &= 8 \cdot C_{GS} \\ C_1 &= C_{GS} \\ V_{DD} &= 1,2V \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} CMR_- = -700mV \\ CMR_+ = 1,1V \end{cases}$$

Nous avons donc conçu un étage différentiel rail-to-rail (le mode commun en entrée peut varier depuis  $V_{SS} = 0V$  jusqu'à  $V_{DD}$  - un  $V_{DSsat}$ ) avec une très faible tension d'alimentation, de 1,2V.

### OTA Miller fonctionnant à très basse tension d'alimentation :

Il suffit d'ajouter un étage de gain à l'étage différentiel précédent :



Remarque : La technique des transistors à grille flottante présente néanmoins deux inconvénients.

Tout d'abord la grille flottante peut emprisonner une charge non négligeable à l'issue du procédé de fabrication. Il est alors nécessaire de décharger cette grille par insolation UV, ou des techniques électroniques avant utilisation du circuit.

Deuxièmement, les MIFGT présentent de faible transconductance entraînant des GBW assez faibles (pour une consommation donnée). D'autre part, si l'on veut des gains statique  $A_{V0}$  élevé, il sera généralement nécessaire de cascader plus de deux étages, généralement trois suffisent. Mais dans ce cas, la compensation en fréquence de l'ampli se complique. On utilise pour cela des compensation Miller « emboîtée » (Nested Miller Compensation)...

### Remarque finale :

Il existe d'autres techniques proposées dans la littérature pour travailler sous très faible tension d'alimentation :

- Utilisation de décalages de tension
- Pilotage par le bulk de TMOS (PMOS pour une techno sur substrat P).
- Transistors polarisés en inversion faible

Il est bien sûr possible de combiner ces diverses techniques.

## ANNEXE

Ce cours et le cours de TC ont eu pour but de vous fournir les concepts de base clés pour comprendre comment concevoir des circuits analogiques en technologie CMOS. Les concepts exposés devraient vous permettre d'aborder sereinement l'ensemble des architectures que l'on rencontre dans la littérature scientifique. Pour celles et ceux intéressés, voici quelques livres ou revues scientifiques à consulter :

### Livres :

- [1] P. E. Allen, D. R. Holberg, « CMOS Analog Circuit Design, Oxford University Press, Ed. n°1 - 1987, Ed. n°2 - 2002
- [2] K. R. Laker and W. M. C. Sansen, « Design of Analog Integrated Circuits and Systems, McGraw Hill Ed., 1994
- [3] Behzad Razavi, « Design of Analog CMOS Integrated Circuits », McGraw Ed., 2003
- [4] P. R. Gray, P. J. Hurst, S. H. Lewis, R. G. Meyer, « Analysis and design of analog integrated circuits », John Wiley & Sons, Ed. n°4, 2001
- [5] Y. Zhong, W. Sansen, Z. Chang, « Low-Noise Wide-Band Amplifiers in Bipolar and CMOS Technologies, Kluwer Academic Publishers, 2002

[6] J. H. Huijsing, « Operational amplifiers : Theory and Design », Kluwer Academic Publisher, 2001

[7] W. M. C. Sansen, « Analog Design Essentials », Ed. Springer, 2006

### Revue :

- [1] Analog Integrated Circuits and Signal Processing, an International Journal, Kluwer Academic Ed.
- [2] IEEE Transaction on Circuits and Systems : Regular Papers, IEEE Ed.
- [3] Microelectronics Journal, Elsevier Journal
- [4] IEEE Journal of Solid State Circuits, IEEE Ed.
- [5] IEEE Circuits and Systems Magazine, IEEE Ed.