

# Projet de CAO Microélectronique (Système intégré de mesure de champ magnétique)

Luc HEBRARD

## PLAN DU COURS

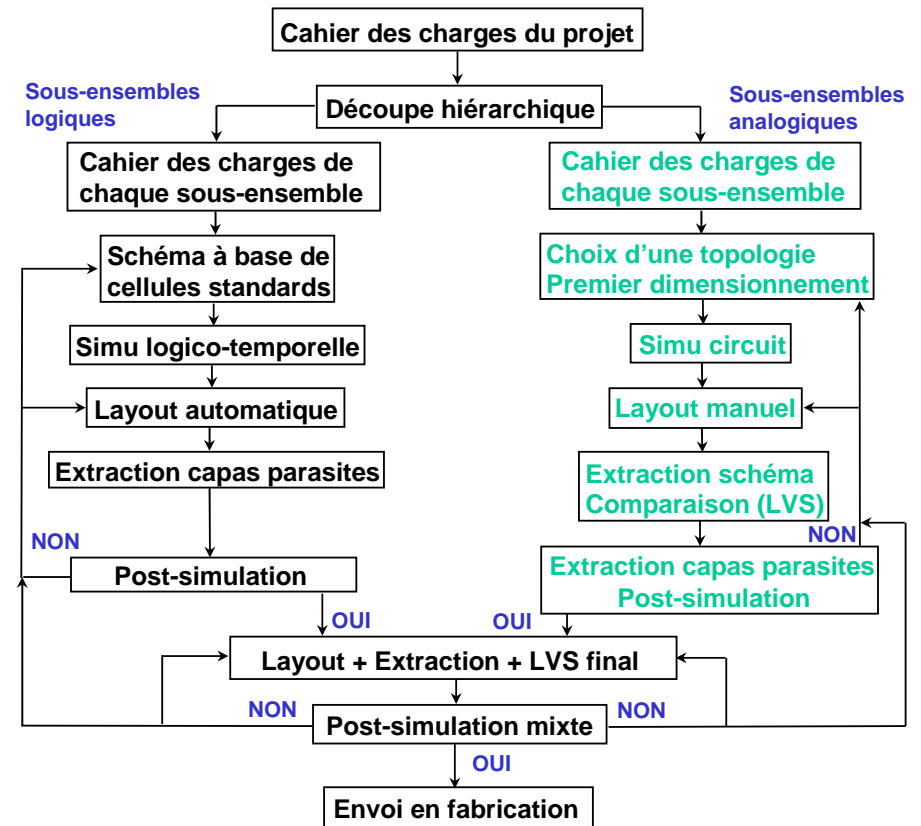
- **PARTIE I** : Projet de Conception
  - I - Flot de conception - *Rappels*
  - II - Description du projet
    - II.1) Cahier des charges général
    - II.2) Architecture proposée
  - III - Fondements de base sur le bruit
    - III.1) Description mathématique du bruit
    - III.2) Modèle de bruit des composants
    - III.3) Techniques de calcul de bruit
  - IV - Etude du « Front-end »
    - IV.1) Capteur à effet Hall
    - IV.2) Caractéristiques de l'AOP de polarisation
    - IV.3) Caractéristiques de l'AOP de préamplification
- **PARTIE II** : Conception du Front-end
  - I - OTA Miller - *Rappels - Etude en bruit*
  - II - 1<sup>er</sup> dimensionnement de l'OTA de polarisation
- **PARTIE III** : Outils de Conception
  - I - Simulation de circuits analogiques
  - II - Dessin des masques en analogique

*suite*

# PARTIE I

- **PARTIE I** : Projet de Conception
  - I - Flot de conception - *Rappels*
  - II - Description du projet
    - II.1) Cahier des charges général
    - II.2) Architecture proposée
  - III - Fondements de base sur le bruit
    - III.1) Description mathématique du bruit
    - III.2) Modèle de bruit des composants élémentaires
    - III.3) Techniques de calcul de bruit
  - IV - Etude du « Front-end »
    - IV.1) Capteur à effet Hall
    - IV.2) Caractéristiques de l'AOP de polarisation
    - IV.3) Caractéristiques de l'AOP de préamplification

## I. Flot de conception d'un système intégré mixte



## II Description du projet

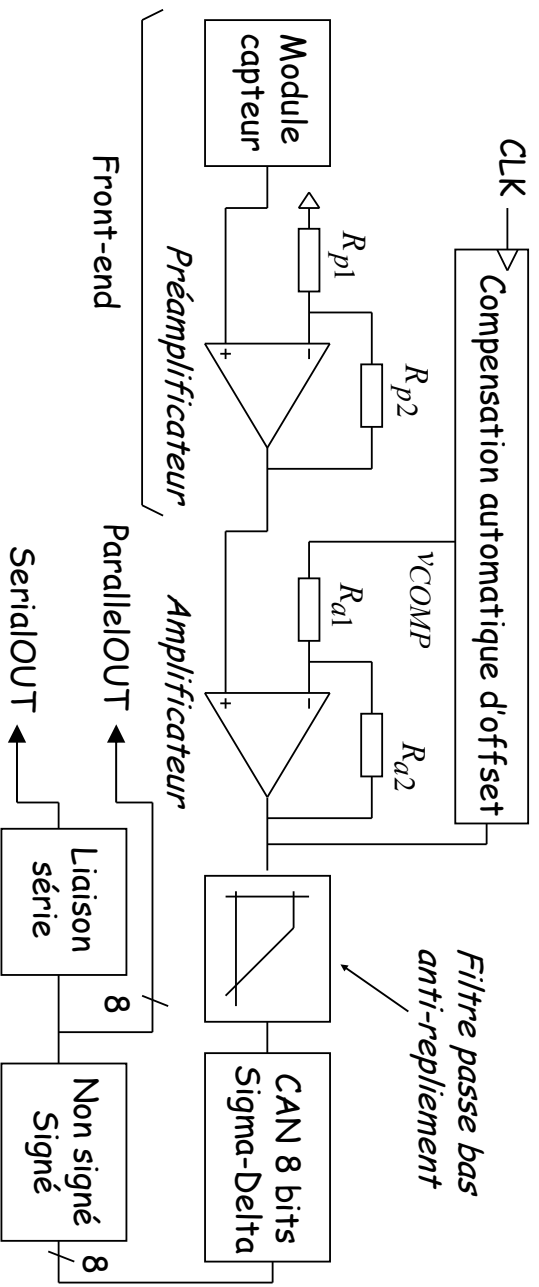
### II.1 Cahier des charges général

Le système intégré doit être capable de mesurer des champs magnétiques avec les caractéristiques suivantes :

- Pleine échelle :  $\pm 5mT$
- Bande passante : du continu à  $500\text{ Hz}$
- Résolution :  $1\% = \pm 50\mu T$
- Sortie numérique sur 8 bits
- Cadence de mesure :  $2\text{ KHz}$
- Sortie série possible
- Tension d'alimentation :  $\pm 1,65\text{ V}$
- Fonctionnement à température stabilisée :  $27^\circ\text{C}$

**suite**

## II.2 Architecture proposée



Nous allons maintenant décrire brièvement certains points clés de la chaîne de mesure, puis nous nous attacherons à concevoir la partie «front-end», à savoir l'ensemble «capteur + polarisation + préamplification».

**suite**

### II.2.1 Capteur

Le capteur est basé sur l'effet Hall. Sa réalisation en technologie CMOS sera décrite plus loin (c.f. PARTIE I - IV.1). Néanmoins, ses caractéristiques électriques sont les suivantes (connues suite à la caractérisation de capteurs élémentaires « placés en bibliothèque ») :

- **Sensibilité relative au courant** :  $S_I = 80 \text{ V / AT}$

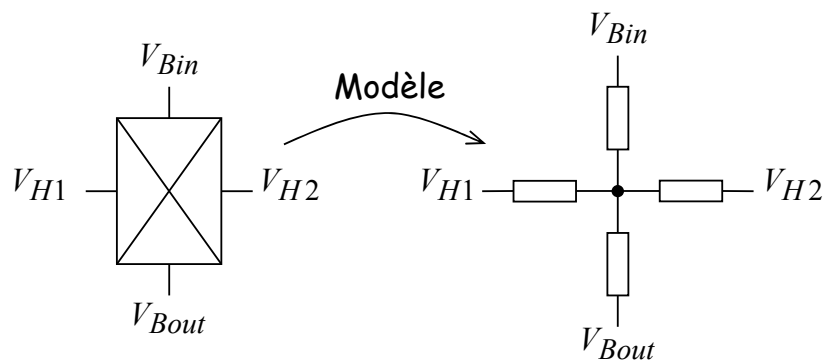
→  $V_h = 80 \cdot 10^{-3} \times B$  pour un  $I_B = 1\text{mA}$

- **Offset** : Il est de l'ordre de  $\pm 0,5\text{mV}$

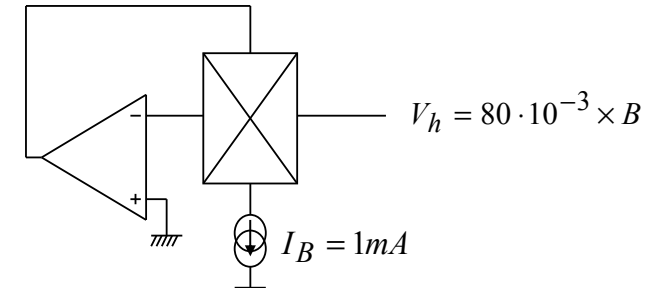
→ En terme de champ magnétique, cet offset est énorme! Il correspond à :

$$B_{off} = \pm 0,5 \cdot 10^{-3} / 80 \cdot 10^{-3} = \pm 6,25 \cdot \text{mT}$$

- **Modèle électrique équivalent du capteur**



- **Conditionnement proposé** :



- **Temps de réponse** :

La tension de Hall s'établit en moins d'une picoseconde

→ C'est la chaîne de conditionnement du signal qui limitera le temps de réponse du système.

- **Linéarité** :

La caractérisation du capteur a montré que la non-linéarité était inférieure à  $10^{-4}$  sur la pleine échelle!

- **Effet thermique** :

→ Non considéré puisque le système est conçu pour fonctionner à température stabilisée.

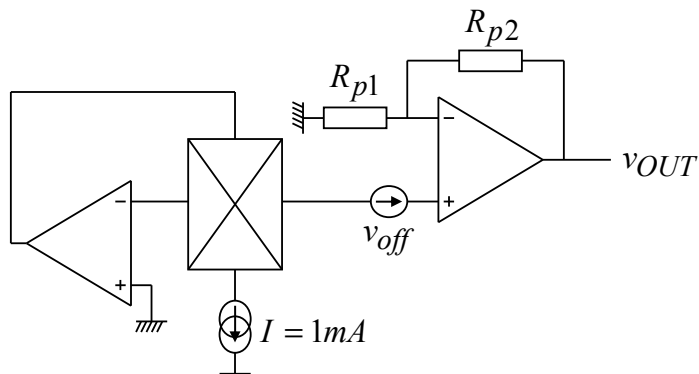
## II.2.2 Répartition des gains

Offset typique d'un ampop :  $\pm 5mV$

➔ Ramené à la sortie du capteur, l'offset dû aux deux ampops (Polarisation + Préamplification) ajouté à l'offset du capteur lui même est de

$$v_{off} = 2 \times \pm 5mV + \pm 0,5mV = \pm 10,5mV$$

Cet offset est amplifié par le gain de préamplification :



Ainsi, le signal en sortie du préamplificateur est donné par :

$$v_{OUT} = \left(1 + \frac{R_{p2}}{R_{p1}}\right) \times (v_{off} + 80 \cdot 10^{-3} \cdot B)$$

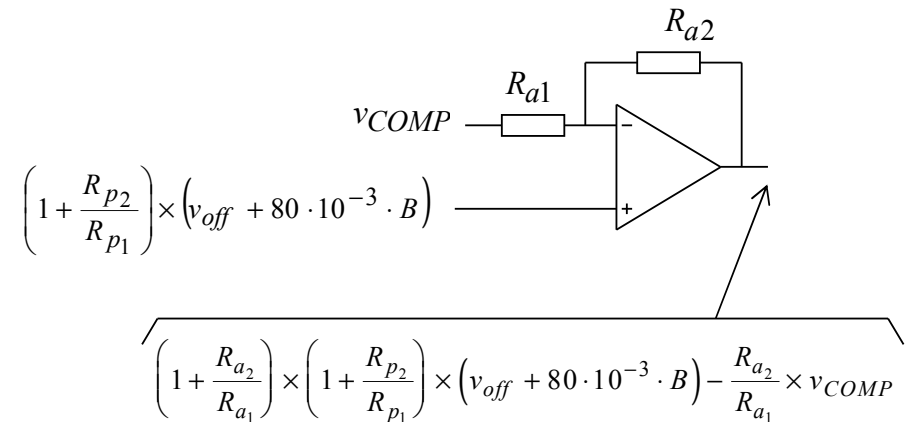
Dans le pire cas,  $v_{off} = 10,5mV$  et  $B = 5mT$ , la sortie vaut :

$$v_{OUT} = \left(1 + \frac{R_{p2}}{R_{p1}}\right) \times (11,5mV + 0,4mV) < 1,65V = V_{DD}$$

➔ Il semble raisonnable de limiter le gain de préamplification à 100.

➔ D'autre part, il sera nécessaire d'introduire une compensation de l'offset avant une nouvelle amplification du signal

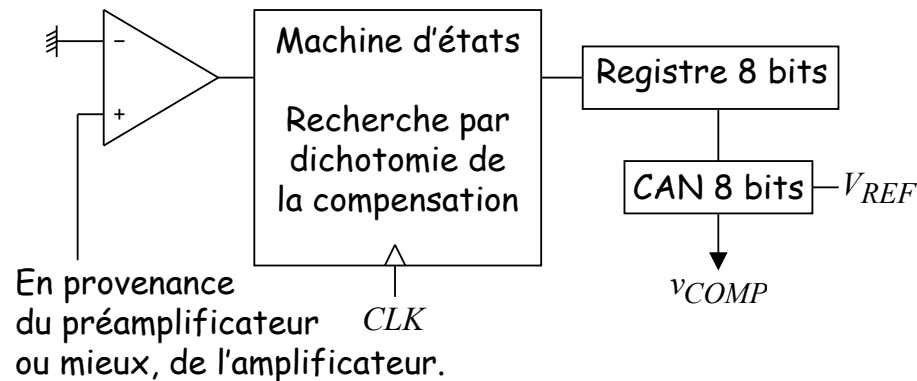
Elle peut se réaliser simplement comme suit :



Il suffit de choisir  $v_{COMP}$  tel que :

$$\frac{R_{a2}}{R_{a1}} \times v_{COMP} = \left(1 + \frac{R_{a2}}{R_{a1}}\right) \times \left(1 + \frac{R_{p2}}{R_{p1}}\right) \times v_{off}$$

Cette compensation peut être réalisée, par exemple, automatiquement, à la mise sous tension du système de mesure, par une petite machine d'états associée à un CNA 8bits :



### Gain de l'amplificateur :

Pour des raisons de dynamique de sortie des amplificateurs opérationnels, nous choisirons comme pleine échelle en sortie de la chaîne :

$$\pm 1V$$

→ Le gain total de la chaîne doit donc être de :

$$\pm 5mT \Leftrightarrow \pm 400\mu V \Leftrightarrow \pm 1V$$

en sortie du capteur

en sortie de l'amplificateur

$$A_{vp} \times A_{va} = \left(1 + \frac{R_{p2}}{R_{p1}}\right) \times \left(1 + \frac{R_{a2}}{R_{a1}}\right) = \frac{1}{400 \cdot 10^{-6}} = 2500$$



$$A_{va} = \left(1 + \frac{R_{a2}}{R_{a1}}\right) = 25$$

### II.2.3 Résolution de la chaîne

$$\left. \begin{array}{l} \text{Pleine échelle} = \pm 5mT \\ \text{Résolution} = 1\% \end{array} \right\} \Rightarrow 2^n \geq \frac{10 \cdot 10^{-3}}{2 \times 50 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow n \geq \frac{\log(100)}{\log(2)} = 6,64$$



On choisit de numériser sur 8 bits

La résolution de la chaîne est conditionnée par le bruit électronique de la partie «Front-end»!

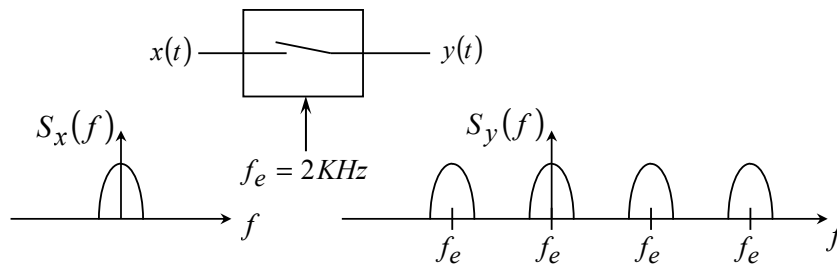


c.f. conception du «Front-end»

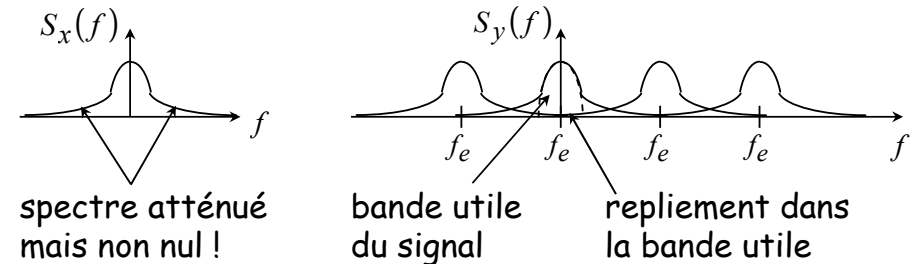
## II.2.4 Etude spectrale

Elle permet de montrer qu'il est nécessaire d'utiliser un convertisseur  $\Sigma\Delta$ , plutôt qu'un convertisseur classique, ceci afin de relâcher les contraintes sur le filtre antirepliement intégré. En effet, la première idée qui vient à l'esprit pour réaliser la numérisation du signal est d'utiliser un CAN classique. Ce dernier échantillonne le signal à la cadence de 2KHz, le convertit selon une méthode (simple rampe, double rampe, R-2R, C-2C,...) classique puis fournit les données sur 8 bits à la même cadence, 2KHz.

L'échantillonnage du signal en entrée du convertisseur entraîne une périodisation du spectre de ce signal avec une période égale à la fréquence d'échantillonnage :



En toute rigueur, le spectre du signal d'entrée,  $x(t)$ , n'est jamais parfaitement limité comme sur la figure précédente. On aura donc toujours un repliement spectral :



Or, en sortie, ce qui nous intéresse est de retrouver, dans la bande utile, le signal d'origine (amplifié par la chaîne instrumentale).

➡ Les parties de spectre repliées dans la bande utile doivent être négligeables.

➡ On utilise pour ceci un filtre continu passe-bas, dit filtre d'anti-repliement.

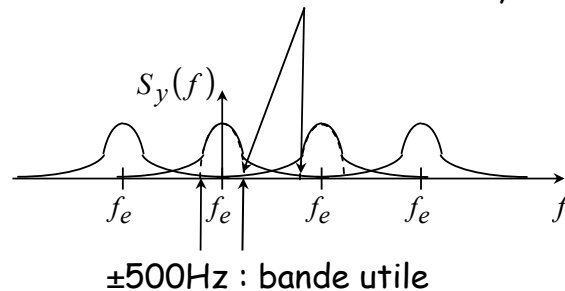
**Question :** Quelles doivent être les caractéristiques de ce filtre ?



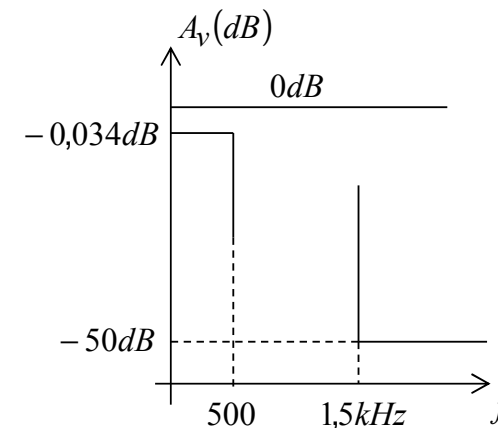
La numérisation sur 8 bits implique qu'en sortie de la chaîne instrumentale, la résolution maximale sera de  $1/2^8 = 3,9 \cdot 10^{-3} \approx 0,39\% = -48,16\text{dB}$ .

En d'autres termes, la quantification du signal sur 8 bits nous dit qu'il nous sera impossible de distinguer deux valeurs du champ magnétique distinctes de moins de 0,39% de la pleine échelle!

Ainsi, si le premier spectre replié est tel que le signal correspondant est atténué de plus de 48,16dB dans la bande utile, nous pouvons affirmer que nous ne pourrions pas le distinguer. Le signal replié est «noyé» dans le pas de quantification. Pour ceci, il nous faut que l'atténuation soit de 50dB à  $2\text{KHz} - 500\text{Hz} = 1,5\text{KHz}$  :



Le gabarit du filtre anti-repliement est alors :



Pour limiter les déphasages dans la bande utile (bande passante), on va choisir un Filtre à maximum de platitude, i.e. un filtre de Butterworth.

$$|H(f)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 \cdot \left(\frac{f}{500}\right)^{2n}}}$$

L'ordre  $n$  nécessaire se calcule alors (c.f. cours de synthèse de filtre) :

Taux d'ondulation dans la bande passante :

$$20 \cdot \log(\sqrt{1 + \varepsilon^2}) = 0,034\text{dB} \Rightarrow \varepsilon = 0,0887$$

Sélectivité du filtre :  $k = 500 / 1500 = 0,33$

Atténuation :

$$20 \cdot \log[|H(1500)|] = -10 \cdot \log\left(1 + \frac{\varepsilon^2}{k^{2n}}\right) = -50\text{dB}$$

Ordre du filtre :

$$n \geq \frac{2 \cdot \log(\varepsilon) - \log(10^5 - 1)}{2 \cdot \log(k)} = 7,4$$

L'ordre du filtre doit être de 8 ce qui est **irréalisable** en intégré sans un coût très élevé.

La seule solution pour *relâcher* les contraintes sur le filtre d'anti-repliement est d'augmenter la fréquence d'échantillonnage en entrée du convertisseur. Dans ce cas, si  $f_s$  est la nouvelle fréquence d'échantillonnage, le filtre devra atténuer de 50dB à la fréquence  $f_s - 500\text{Hz}$ ! En choisissant  $f_s$  élevée, sa sélectivité sera très diminuée, et son ordre par la même occasion.

**N.B.:** Si l'on décime directement (prendre un échantillon sur  $x$ , où  $x$  représente  $f_s/f_e$ ) pour retrouver en sortie du convertisseur la cadence désirée  $f_e = 2\text{KHz}$ , on retombera sur le problème du repliement spectral. On utilise alors un filtre numérique, d'ordre élevé et plus facile à réaliser, pour filtrer très sélectivement le signal numérique avant de décimer pour retrouver en sortie du convertisseur la fréquence  $f_e = 2\text{KHz}$ .

On choisit, par exemple,  $f_s/f_e = 64$  (multiple d'une puissance de 2). Dans ce cas,  $f_s = 128\text{KHz}$  et l'ordre du filtre d'anti-repliement devient :

Sélectivité du filtre :  $k = 500 / 127500 = 3,92 \cdot 10^{-3}$

$$n \geq \frac{2 \cdot \log(\varepsilon) - \log(10^5 - 1)}{2 \cdot \log(k)} = 1,47$$

Ordre du filtre :

$$n = 2$$

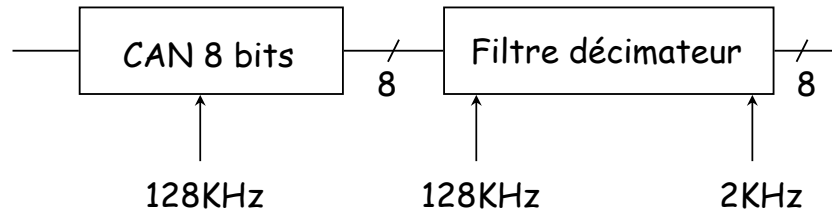


Filtre de Butterworth du 2nd ordre, facile à intégrer.

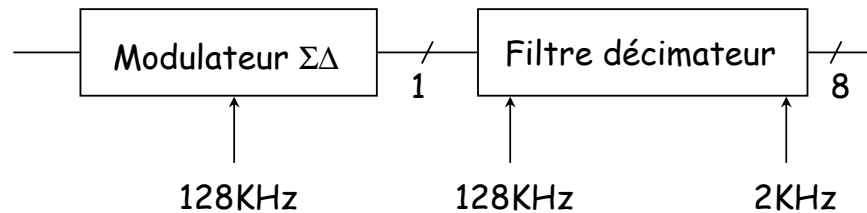
**Remarque :** La fréquence de coupure à -3dB n'est pas de 500 Hz ! On a :

$$\varepsilon^2 \left( \frac{f_c}{500} \right)^4 = 1 \Rightarrow f_c = \frac{500}{\sqrt{\varepsilon}} = 1,68\text{KHz}$$

Le bloc diagramme du convertisseur envisagé se réduit alors à :



La réalisation d'un CAN 8 bits fonctionnant à cadence élevée est en général difficile à concrétiser. Par contre, en utilisant la technique  $\Sigma\Delta$  (c.f. document joint au cours), on peut échanger résolution et temps de conversion. Dans ce cas, la sortie du CAN est sur 1 bit (trame de 1 et de 0) et contient dans son spectre, le signal (dans la bande utile) associé à un bruit dit de quantification se trouvant rejeté vers les hautes fréquences. Ce bruit sera donc éliminé par le filtre décimateur, filtre ayant pour fonction supplémentaire de faire passer le signal sur 8 bits à partir du signal sur 1 bit.



*suite*

### III Fondements de base sur le bruit

#### III.1 Description mathématique du bruit

Pour comprendre le traitement mathématique réservé au bruit, il est nécessaire de connaître l'origine physique des fluctuations du signal électrique.

Le courant électrique provient d'un déplacement collectif de charges électriques (électrons par ex.). Cependant, à un instant  $t$  donné, aucun électron a la même vitesse que son voisin. De manière encore plus générale, la physique statistique montre qu'un circuit électrique peut être vu comme un système fermé à volume constant constitué d'un gaz de particules (les électrons par exemple). Vu de loin, à l'équilibre thermodynamique (l'énergie interne  $E$  du système ne «varie plus») les grandeurs macroscopiques mesurables caractérisant le gaz ont une valeur définie :

- $T$  la température
- $\mu$  Potentiel chimique  $\Leftrightarrow$  Niveau de Fermi

Néanmoins, du point de vue microscopique, les particules du gaz n'ont qu'une certaine probabilité de se trouver à un niveau d'énergie donnée. Ainsi, en toute rigueur, l'énergie interne du système, somme de l'énergie cinétique (nous ne considérons que les particules libres!) de toutes les particules n'est jamais connue exactement. Lors de sa mesure (ou de la mesure des grandeurs thermodynamiques associées), *le résultat obtenu en moyenne n'est que la valeur la plus probable de l'énergie interne.*

Ainsi, si l'on considère l'énergie interne du système (ou son potentiel électrique par ex.) à un instant donné, et que l'on regarde les choses du point de vue microscopique, nous ne pouvons donner que la probabilité pour que l'énergie soit égale à  $E$ , à  $dE$  près (ou que le potentiel soit compris entre  $V$  et  $V+dV$ ).

→ *Les caractéristiques statistiques d'un processus stochastique se déduisent donc de l'étude de la distribution des valeurs du processus à un instant donné  $t$ . Il est donc nécessaire de posséder un grand nombre de réalisations du même processus!*

N.B.: Pour l'instant, rien n'impose que ces caractéristiques ne varient pas avec  $t$ !

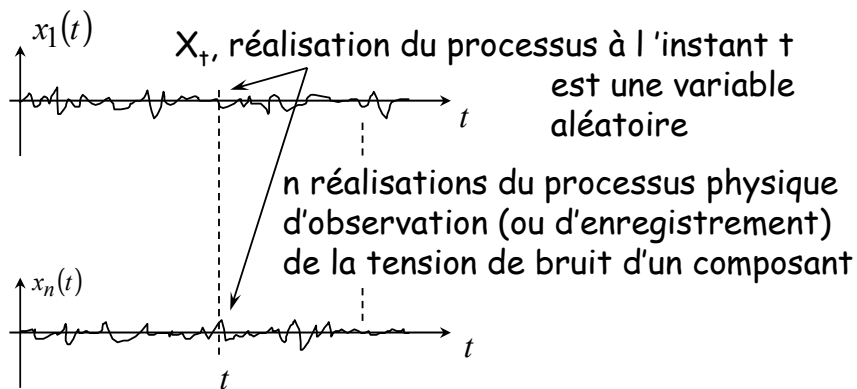
### III.1.1) Processus aléatoire stationnaire et ergodique

#### a) Processus aléatoire :

C'est une famille de fonctions du temps :  $x_k(t)$  tq  $k \in ]-\infty, +\infty[$

Chaque fonction représente la  $k^{\text{ième}}$  réalisation d'un processus physique aléatoire.

Exemple : On considère un grand nombre de composants identiques (par exemple une résistance), indicés par  $k$ , et on relève la tension à leur bornes :



#### b) Densité de probabilité :

On se place à un instant  $t$  donné. La probabilité pour que la valeur du processus à l'instant  $t$ ,  $X_t$ , soit comprise entre  $x$  et  $x+dx$  où  $x$  varie de  $-\infty$  à  $+\infty$  est donnée par  $P(x,t)dx$ .

$P(x,t)$  représente la densité de probabilité du 1<sup>er</sup> ordre. Elle est caractéristique du processus physique.

De même, la probabilité pour que la valeur du couple  $(X_{t_1}, X_{t_2})$ , réalisation du processus aux instants  $t_1$  et  $t_2$ , soit comprise entre  $(x_1+dx_1, x_2+dx_2)$  est donnée par  $P(x_1, t_1, x_2, t_2)dx_1dx_2$ .

$P(x_1, t_1, x_2, t_2)$  représente la densité de probabilité du second ordre.

#### c) Moyennes d'ensemble :

##### • Moyenne du 1<sup>er</sup> ordre :

A un instant  $t$  donné, la moyenne du processus  $X_t$  est donnée par :

$$\overline{x_t} = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot P(x, t) \cdot dx$$

• Moyenne du second ordre :

C'est l'espérance du couple  $(X_{t_1}, X_{t_2})$  :

$$C_{x_1 x_2}(t_1, t_2) = E\{X_{t_1}, X_{t_2}\} = E\{x_1, x_2\} = \int_{-\infty, +\infty} x_1 x_2 \cdot P(x_1, t_1, x_2, t_2) \cdot dx_1 dx_2$$

Si l'on note  $t_1 = t$  et  $t_2 - t_1 = \tau$

$$C_{x_1 x_2}(t_1, t_2) = C_{x_1 x_2}(t, \tau) = \int_{-\infty, +\infty} x_1 x_2 \cdot P(x_1, t, x_2, \tau) \cdot dx_1 dx_2$$

d) Processus aléatoire stationnaire :

Un processus est dit stationnaire si ses moyennes d'ensemble sont indépendantes de l'instant  $t$  considéré pour les calculer.

➡ La moyenne du 1<sup>er</sup> ordre est alors constante :

$$\bar{x}_t = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot P(x, t) \cdot dx = m_x = cste$$

N.B.: Pour un bruit, cette moyenne est nulle!!!

⇒ Le bruit doit être caractérisé par ses moyennes d'ordre supérieure.

➡ La moyenne du second ordre est donnée par :

$$C_{x_1 x_2}(t, \tau) = C_{xx}(\tau)$$

Elle ne dépend que de  $\tau$ . On la nomme aussi fonction de corrélation.

N.B.: La fonction de corrélation d'un processus stationnaire ne dépend que de l'écart entre les instants considérés pour la calculer. Elle donne une indication de l'effet mémoire existant entre la réalisation d'un processus à un instant et sa réalisation un instant  $\tau$  secondes plus tard.

• Intérêt des processus stationnaires :

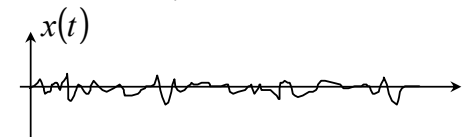
Si l'on connaît toutes les moyennes d'ensemble d'un processus stationnaire, ce processus est parfaitement caractérisé d'un point de vue statistique.

Remarque : On peut se limiter à une stationnarité au  $k^{\text{ième}}$  ordre

f) Processus ergodique :

On a rarement la possibilité de réaliser en parallèle un grand nombre de processus physiques identiques pour calculer à des instants donnés les moyennes d'ensemble.

En revanche, il est facile d'enregistrer une réalisation du processus dans le temps :



• Question :

La moyenne d'ensemble (à un instant donné),  $m_x$ , est-elle proche de la moyenne temporelle :

$$\langle m_x \rangle = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T x(t) \cdot dt$$

T représente la durée d'observation du processus

• Réponse :

Oui, par définition, si le processus est **ergodique**!

Remarque : Pour pouvoir calculer une moyenne d'ensemble, il est nécessaire de considérer un grand nombre de réalisations du processus à un instant donné t. Si ce nombre est grand, le processus passera (réalisera) toutes les valeurs de x dans  $]-\infty, +\infty[$  (ou dans l'ensemble des valeurs possibles de x). Ainsi, pour que la moyenne temporelle sur une seule réalisation du processus donne un résultat similaire à la moyenne d'ensemble, il faut que x(t) passe par toutes les valeurs possible de x. Ceci se réalise si la durée d'observation du processus est assez longue, et si le processus abandonné à lui même passe effectivement par toutes les valeurs possibles de x.

g) Processus physique :

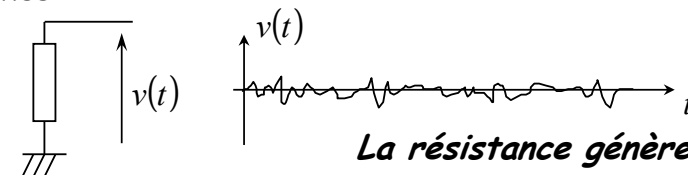
**LA PLUPART DES PROCESSUS PHYSIQUES PEUVENT ETRE CONSIDERES COMME STATIONNAIRE ET ERGODIQUE.**

C'est en particulier le cas des processus liés aux bruits dans les composants électroniques.

Remarque : S'il est facile d'assurer l'ergodicité en choisissant un temps d'observation assez long, vérifier la stationnarité d'un processus est très difficile. Néanmoins, la pratique montre qu'en utilisant la théorie associée aux processus stationnaires et ergodiques, les prévisions théoriques correspondent assez bien avec les résultats expérimentaux, notamment pour le bruit dans les composants élémentaires. L'hypothèse de stationnarité des processus physiques associés aux bruits est donc justifiée.

**III.1.2) Densité spectrale de puissance de bruit**

Considérons une résistance et regardons la tension à ses bornes :



**La résistance génère du bruit!**



• Valeur moyenne  $\langle v \rangle = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v(t) \cdot dt = 0$  (T grand)

Il n'y a pas de tension moyenne aux bornes de R car il n'y a pas de courant dans R!

• Fonction d'autocorrélation

On compare  $v(t)$  à  $v(t-\tau)$ , décalage du *même* signal d'un temps  $\tau$ , d'où le nom de fonction d'autocorrélation.

$$C_{vv}(\tau) = E\{v(t), v(t-\tau)\} = E\{v(t) \times v(t-\tau)\} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v(t) \cdot v(t-\tau) \cdot dt$$

On constate alors que  $C_{vv}(0)$  est la puissance moyenne du signal :

$$C_{vv}(0) = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v^2(t) \cdot dt = \langle P_v \rangle$$

**Puissance moyenne de bruit**

• Transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation

Par définition :  $\mathcal{F}\{C_{vv}(\tau)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} C_{vv}(\tau) \cdot e^{-j2\pi f\tau} d\tau = S_v(f)$

Inversement :  $\mathcal{F}^{-1}\{S_v(f)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} S_v(f) \cdot e^{j2\pi f\tau} df = C_{vv}(\tau)$

En particulier :

$$\mathcal{F}^{-1}\{S_v(f)\}\Big|_{\tau=0} = \int_{-\infty}^{+\infty} S_v(f) \cdot df = C_{vv}(0) = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v^2(t) \cdot dt = \langle P_x \rangle$$

**Densité spectrale de puissance de bruit**

N.B.: En toute rigueur, il faudrait dire que  $S_v(f)$  représente la densité spectrale de puissance moyenne de bruit.

• Propriétés des fonctions d'autocorrélation et de la densité spectrale de puissance pour les signaux à valeurs réelles

Pour des signaux à valeurs réelles,

1) La fonction d'autocorrélation est réelle et paire :

$$C_{xx}(\tau) = C_{xx}(-\tau)$$

2) La fonction d'autocorrélation a sa valeur maximale pour  $\tau=0$  :

Cette valeur correspond à la puissance moyenne de bruit (cas où le processus est centré, i.e. que sa valeur moyenne est nulle). Si  $m_x$  n'est pas nul :

$$C_{xx}(\tau) = C_{x_c x_c}(\tau) + m_x^2 \quad \text{où} \quad x_c(t) = x(t) - m_x$$

3) La fonction d'autocorrélation d'un processus physique centré tend vers 0 quand  $\tau$  tend vers  $\pm\infty$ .



4) La densité spectrale de puissance est aussi réelle et paire :

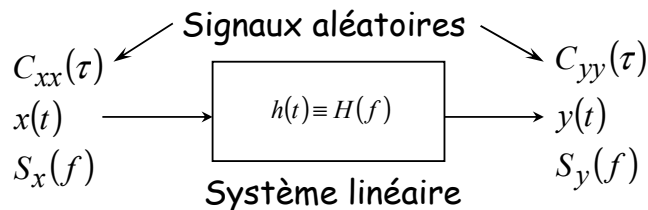
$$S_x(f) = S_x(-f)$$

5) Si les deux processus aléatoires  $x(t)$  et  $y(t)$  sont indépendants, leurs fonctions d'autocorrélation s'additionnent ainsi que leurs densités spectrales de puissance.

Ceci vient du fait que l'espérance du carré de la somme de deux variables aléatoires indépendantes est égale à la somme des carrés des espérances de ces variables!

### III.1.3) Bruit et système linéaire

Les bruits étant toujours des signaux très petits, nous regardons ce qui se passe autour du point de polarisation lorsque ces très petits signaux sont présents. Cependant, puisque nous ne connaissons que les caractéristiques statistiques de ces signaux (ce ne sont pas des signaux déterministes), il est nécessaire de savoir comment se transforment de tels signaux lorsqu'ils traversent un système linéaire.



$h(t)$  : Réponse impulsionnelle du système linéaire

$H(f) = \mathcal{F}\{h(t)\}$  : Fonction de transfert du système linéaire

$$\left. \begin{aligned} y(t) &= x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t-\theta) \cdot h(\theta) \cdot d\theta \\ y(t-\tau) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t-\tau-\varphi) \cdot h(\varphi) \cdot d\varphi \end{aligned} \right\} \Rightarrow C_{yy}(\tau, t) = E\{y(t)y(t-\tau)\}$$

$$= E\left\{\left(\int_{-\infty}^{+\infty} x(t-\theta) \cdot h(\theta) \cdot d\theta\right) \times \left(\int_{-\infty}^{+\infty} x(t-\tau-\varphi) \cdot h(\varphi) \cdot d\varphi\right)\right\} = C_{yy}(\tau)$$

car le processus résultant est supposé stationnaire

Le processus étant aussi ergodique, l'espérance  $E$  peut se calculer par une moyenne temporelle sur la variable  $t$ . Les variables  $t$ ,  $\theta$  et  $\varphi$  n'étant pas liées, on peut inverser les signes de sommation :

$$\Rightarrow C_{yy}(\tau) = \iint_{\pm\infty} E\{x(t-\theta) \cdot x(t-\tau-\varphi)\} \cdot h(\theta) \cdot h(\varphi) \cdot d\theta \cdot d\varphi$$

Comme le processus est aussi stationnaire,

$$\begin{aligned} E\{x(t-\theta) \cdot x(t-\tau-\varphi)\} &= E\{x(t-\theta) \cdot x(t-\theta-(\tau-\theta)-\varphi)\} \\ &= E\{x(t') \cdot x(t'-(\tau-\theta)-\varphi)\} = C_{xx}(\tau+\varphi-\theta) \end{aligned}$$

↑  
et ergodique!

Ainsi,

$$C_{yy}(\tau) = \iint_{\pm\infty} C_{xx}(\tau + \varphi - \theta) \cdot h(\theta) \cdot h(\varphi) \cdot d\theta \cdot d\varphi$$

$$= \int_{\pm\infty} \left( \int_{\pm\infty} C_{xx}(\tau + \varphi - \theta) \cdot h(\theta) \cdot d\theta \right) \cdot h(\varphi) \cdot d\varphi$$

$$\underbrace{\left( \int_{\pm\infty} C_{xx}(\tau + \varphi - \theta) \cdot h(\theta) \cdot d\theta \right)}_{\{C_{xx} * h\}(\tau + \varphi)}$$

Notons  $h'(\varphi) = h(-\varphi)$  et opérons le changement de variable  $\varphi \rightarrow -\varphi$ , on a :

$$C_{yy}(\tau) = \int_{\pm\infty} \{C_{xx} * h\}(\tau - \varphi) \cdot h'(\varphi) \cdot d\varphi = \{C_{xx} * h * h'\}(\tau)$$

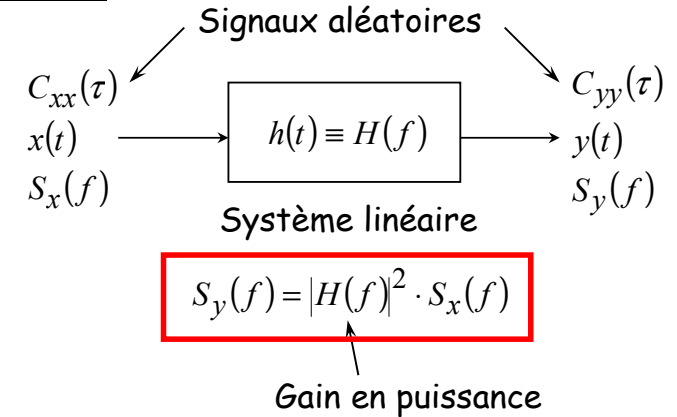
Or,  $\mathfrak{F}\{h(t)\} = H(f)$  et  $\mathfrak{F}\{h'(t)\} = \mathfrak{F}\{h(-t)\} = H^*(f)$

Complexe conjugué de  $H(f)$

On obtient ainsi que :

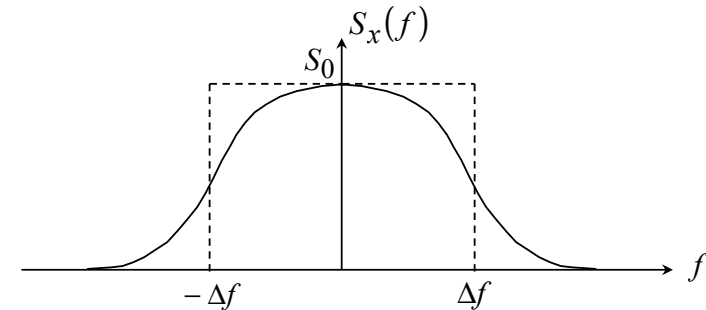
$$\mathfrak{F}\{C_{yy}(\tau)\} = S_y(f) = \underbrace{H(f) \times H^*(f)}_{|H(f)|^2} \times S_x(f)$$

Conclusion :



### III.1.4) Bande passante équivalente de bruit

Considérons un signal aléatoire de densité spectrale  $S_x(f)$  :



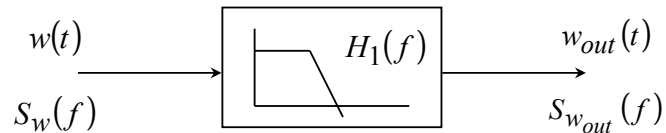
La puissance moyenne de ce signal est :

$$P_x = \int_{-\infty}^{+\infty} S_x(f) \cdot df = S_0 \times 2 \cdot \Delta f$$

$$\Delta f = \frac{P_x}{2 \cdot S_0} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} S_x(f) \cdot df}{2 \cdot S_0} \quad \text{est appelée la bande passante équivalente de bruit}$$

### Exemple

Bruit blanc filtré par un passe-bas du premier ordre



$$H_1(f) = \frac{1}{1 + j \cdot \frac{f}{f_c}} \Rightarrow S_{w_{out}}(f) = \frac{W_0}{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}$$

$$\text{où } W_0 = S_w(f=0)$$

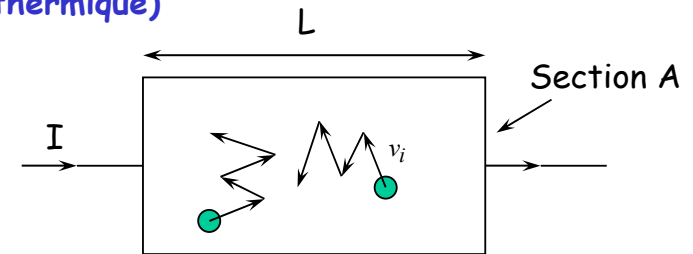
La puissance de bruit en sortie du filtre est donnée par :

$$P_{w_{out}} = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{w_{out}}(f) \cdot df = W_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2} \cdot df = 2 \cdot S_0 \cdot f_c \cdot \underbrace{\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}}_{\pi/2}$$

$$P_{w_{out}} = 2 \cdot S_0 \cdot f_c \cdot \frac{\pi}{2} = 2 \cdot S_0 \cdot \Delta f \Rightarrow \Delta f = \frac{\pi}{2} \cdot f_c$$

## III.2 Modèle de bruit des composants élémentaires

### III.2.1) Bruit dans les résistances (bruit thermique)



$$U = R \cdot I = R \cdot A \cdot J = R \cdot A \cdot n \cdot q \cdot v$$

$$\text{avec } v = \frac{1}{N} \cdot \sum_i v_i \text{ et } N = n \cdot A \cdot L \Rightarrow U = \frac{q \cdot R}{L} \cdot \sum_i v_i$$

Vitesse moyenne de dérive des porteurs

$$\text{Si } I = 0, U = 0, \text{ et } v = 0$$

$$\text{En revanche, } \overline{v^2} = E\{v^2\} \neq 0 \text{ et } \overline{U^2} = E\{U^2\} \neq 0$$

La fonction d'autocorrélation de U est alors donnée par :

$$C_{uu}(\tau) = \left(\frac{q \cdot R}{L}\right)^2 \cdot \sum_i C_{v_i v_i}(\tau)$$

En considérant l'agitation thermique des porteurs du courant dans la résistance, et le théorème d'équipartition (l'énergie moyenne d'un porteur selon l'un quelconque des trois axes de l'espace est  $kT/2$ ), on montre que :

$$S_u(f) = \frac{2 \cdot k \cdot T \cdot R}{1 + (2\pi \cdot f \cdot \tau_0)^2} \approx 2 \cdot k \cdot T \cdot R \quad \text{si } f \ll \frac{1}{2\pi \cdot \tau_0}$$

où  $\tau_0$  représente le temps de relaxation des porteurs, temps moyen entre deux collisions.

**N.B. :** Selon la pureté du matériau,  $\tau_0$  est compris entre 1ps et 0,1ps

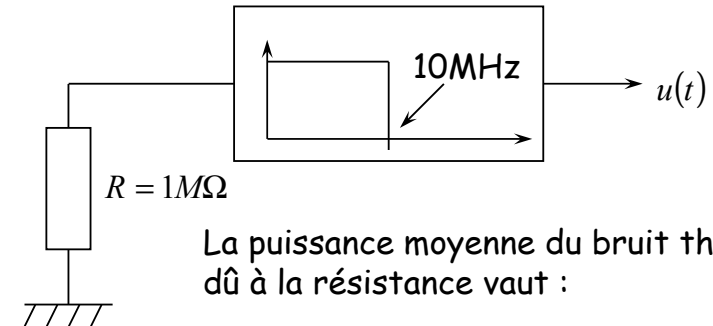
Conclusion : Pour des fréquences inférieures à la centaine de GHz, la densité spectrale de puissance de bruit d'une résistance est constante et vaut :

$S_{u_R}(f) = 2 \cdot k \cdot T \cdot R$ ↑ Densité spectrale bilatérale	ou $S_{u_R}(f) = 4 \cdot k \cdot T \cdot R$ ↑ Densité spectrale unilatérale
--	---

Le bruit est dit blanc car le spectre de puissance est constant quelque soit la fréquence.

### Exemple numérique :

On considère une résistance de  $1M\Omega$  suivi d'un filtre passe-bas idéal de 10MHz de bande passante.



La puissance moyenne du bruit thermique dû à la résistance vaut :

$$\langle P_u \rangle = \overline{u^2} = 4 \times k \cdot T \times R \times \Delta f = 4 \times 25 \cdot 10^{-3} \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 10^6 \times 10 \cdot 10^6$$

$$= 1,6 \cdot 10^{-8} = 16nV^2$$

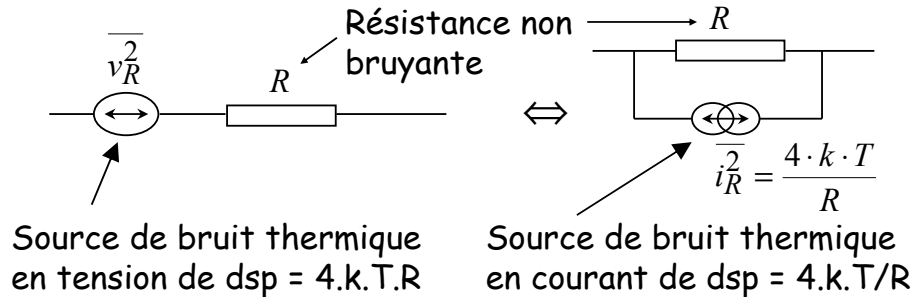
On dit alors que la valeur rms du bruit est de:

$$u_{rms} = \sqrt{\overline{u^2}} = 126,5\mu V$$

Si la résistance est l'élément sensible d'un capteur, toute variation du mesurande entraînant une tension aux bornes de R inférieure à  $126,5\mu V$  ne pourra être détectée!

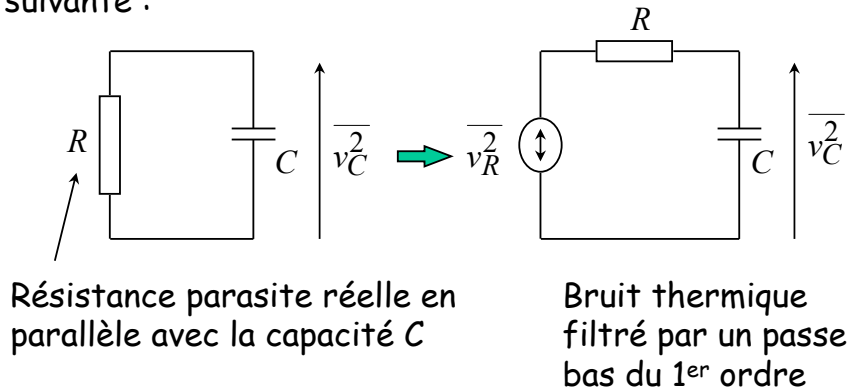
**N.B. :** On suppose ici que la bande passante du système doit être maintenue à 10MHz car le mesurande peut varier jusqu'à cette fréquence et que l'on désire pouvoir mesurer ces variations. Bien entendu si seule une mesure statique du mesurande est nécessaire, on peut couper la bande passante ce qui améliorera la résolution et la limite de détection du système.

### ➔ Modèle de bruit thermique associé à une résistance :



### N.B. : Capacité et Bruit thermique

Une capacité idéale stocke une charge surfacique fixe sur chacun de ses deux plateaux et ne présente pas de bruit à priori. Néanmoins le diélectrique présente une certaine résistance (très grande) qui sera le siège de bruit thermique. On trouve alors la configuration suivante :



La fréquence de coupure du filtre est  $f_c = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot C}$

Ainsi, la dsp de bruit se trouvant aux bornes de la capacité est donnée par :

$$S_{v_C}(f) = \frac{4 \cdot k \cdot T \cdot R}{1 + (f / f_c)^2}$$

et la puissance moyenne totale de bruit aux bornes de C est :

$$\langle P_{v_C} \rangle = \int_0^{+\infty} S_{v_C}(f) \cdot df = 4 \cdot k \cdot T \cdot R \cdot \int_0^{+\infty} \frac{df}{1 + (f / f_c)^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot R \cdot \frac{\pi}{2} \cdot f_c$$

$$\langle P_{v_C} \rangle = 4 \cdot k \cdot T \cdot R \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot C} = \frac{k \cdot T}{C}$$

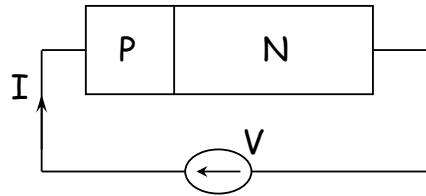
$$\boxed{\langle P_{v_C} \rangle = \frac{k \cdot T}{C}}$$



La puissance totale de bruit aux bornes de C ne dépend que de C alors que ce bruit provient du bruit thermique de la résistance parasite en parallèle avec C !

**N.B. :** Quand R augmente, le bruit thermique associé augmente, mais, la fréquence de coupure du filtre dû à la capacité diminue d'autant. En conséquence la puissance de bruit totale reste constante égale à  $kT/C$ .

### III.2.2) Bruit dans les jonctions (bruit de Grenaille - shot noise)



$$I = I_S \cdot \left[ e^{V/(kT/q)} - 1 \right]$$

Le courant  $I$  se compose :

- des trous de la région P traversant la barrière de potentiel due à la jonction et se retrouvant dans la région N où ils diffusent en tant que porteurs minoritaires ( $I_{p1} > 0$ )
- des électrons de la région N traversant la même barrière de potentiel et diffusant dans la région P ( $I_{n1} > 0$ )
- des électrons minoritaires de la région P traversant la zone de déplétion en raison du champ électrique y régnant, et se retrouvant en tant que majoritaires dans la région N ( $I_{n2} < 0$ )
- des trous minoritaires de la région N traversant la même zone de déplétion et se retrouvant en tant que majoritaires dans la région P ( $I_{p2} < 0$ )

N.B. :  $I_{p1} + I_{n1} = I + I_S > 0$  et  $I_{n2} + I_{p2} = -I_S < 0$

On admet que :

- Chaque porteur a la même probabilité de traverser la jonction à n'importe quel instant  $t_k$
- A courant  $I$  (moyen) constant, le nombre moyen de porteurs traversant la jonction par seconde est constant, égal à  $\lambda$ . On a donc :

$$2 \cdot I_S + I = \lambda \cdot q = I_{eq}$$

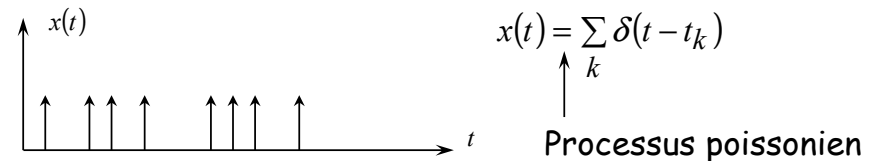


Ce comportement est caractéristique du processus de Poisson :

- séquence d'événements aléatoires indépendants ayant la même probabilité d'avoir lieu à n'importe quel instant, et dont le nombre moyen d'événements par seconde est constant, égal à  $\lambda$ .

La probabilité d'avoir  $n$  événements dans l'intervalle  $[0, t]$  s'exprime alors par

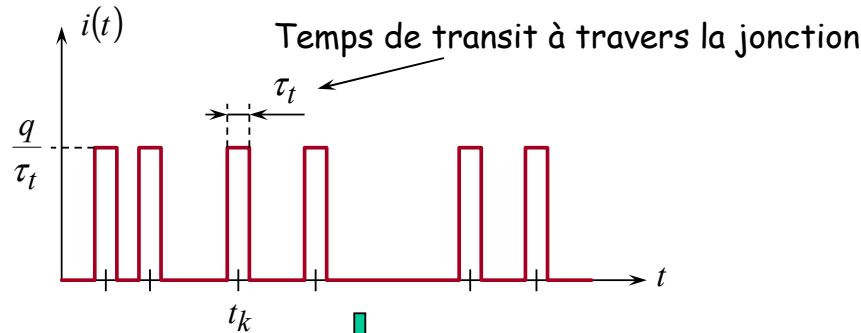
$$p_n(t) = \frac{(\lambda \cdot t)^n}{n!} \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$



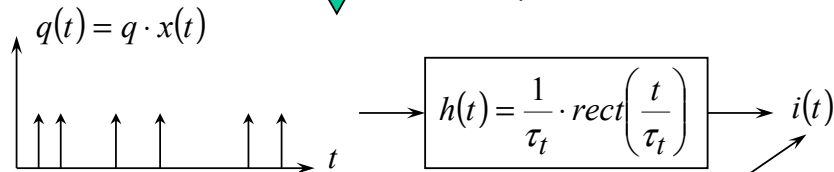
Grâce à la théorie des distributions, on montre alors que

$$C_{xx}(\tau) = \lambda^2 + \lambda \cdot \delta(\tau) \quad \text{et} \quad S_x(f) = \lambda^2 \cdot \delta(f) + \lambda$$

→ Courant  $i(t)$  dans la jonction :



Modèle équivalent



$$S_q(f) = \lambda^2 q^2 \cdot \delta(f) + \lambda \cdot q^2$$

$$S_I(f) = \lambda^2 q^2 \cdot |H(0)|^2 \cdot \delta(f) + \lambda \cdot q^2 \cdot |H(f)|^2$$

$$\text{D'autre part, } h(t) = \frac{1}{\tau_t} \cdot \text{rect}\left(\frac{t}{\tau_t}\right) \Rightarrow H(f) = \text{sinc}(\pi \cdot f \cdot \tau_t)$$

$$\text{Ainsi, } S_I(f) = I_{eq}^2 \cdot \delta(f) + q \cdot I_{eq} \cdot \text{sinc}^2(\pi \cdot f \cdot \tau_t)$$

Lié au fait que le processus aléatoire n'est pas centré (valeur moyenne  $\neq 0$ )

Lié aux fluctuations du processus autour de sa valeur moyenne  $\Rightarrow$  caractérise le bruit de grenaille

→ La densité spectrale de puissance de bruit de grenaille (shot noise) à travers une jonction PN est donné par

$$S_I(f) = q \cdot I_{eq} \cdot \text{sinc}^2(\pi \cdot f \cdot \tau_t)$$

$$\cong q \cdot I_{eq} = q \cdot (I + 2 \cdot I_S) \quad \text{pour } f \ll \frac{1}{\pi \cdot \tau_t} \approx 100 \text{ GHz}$$

$$S_I(f) = q \cdot (I + 2 \cdot I_S) \quad \text{ou} \quad S_I(f) = 2 \cdot q \cdot (I + 2 \cdot I_S)$$

Densité spectrale bilatérale      Densité spectrale unilatérale

Remarques :

1) Bruit indépendant de T. Il ne sert à rien de refroidir une diode pour diminuer son bruit. Il faut diminuer le courant de polarisation.

2) A courant nul, le bruit n'est pas nul, il est déterminé par  $2 \times I_S$ .

### Exemple numérique :

La puissance des fluctuations du courant pour une diode traversée par un courant de polarisation  $I=1\text{mA}$  sur une bande passante de  $10\text{MHz}$  vaut :

$$\langle P_i \rangle = \overline{i^2} = 2 \cdot q \cdot I \cdot B = 2 \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 10^{-3} \times 10^7 = 3,2 \cdot 10^{-15} \text{ A}^2$$

Cette puissance correspond à un courant rms de bruit de :

$$i_{rms} = \sqrt{\overline{i^2}} = 56,7 \text{ nA}$$

### III.2.3) Bruit en $1/f$ (flicker noise)

On le trouve dans tous les composants, plus ou moins marqué. Ce bruit est caractérisé par une densité spectrale de puissance du type :

$$S_{1/f}(f) = \frac{K}{|f|^\alpha} \quad \text{avec} \quad 0 < \alpha < 1$$

N.B. :  $\alpha$  est très souvent proche de 1, d'où le nom de bruit en  $1/f$ .

Le bruit en  $1/f$  caractérise la qualité du matériau conducteur. Meilleure cette qualité est, plus faible sera le bruit en  $1/f$ .

Plusieurs théories expliquent le phénomène sans qu'aucune ne puissent vraiment s'imposer :

- *Modèle de Mc Werther* : lié à la fluctuation de la densité des porteurs due au piégeage des porteurs par les états permis, notamment aux interfaces ( $\text{Si}/\text{SiO}_2$  par ex.).
- *Modèle de Hooge* : lié à la fluctuation de la mobilité des porteurs (effet de volume plutôt que de surface).

On remarque que :

- $K$  dépend très souvent du courant de polarisation
- le bruit en  $1/f$  dépend peu de la température
- le bruit en  $1/f$  est toujours plus élevé lorsque la conduction a lieu à une interface plutôt que dans le volume
- le bruit en  $1/f$  est généralement inversement proportionnel à la taille du composant

### Résistance :

Pour une résistance intégrée, on peut modéliser le bruit en  $1/f$  par :

$$S_{R_{1/f}}(f) = K F_R \cdot \frac{R_{carré}^2}{A_R} \cdot V_R^2 \cdot \frac{1}{f}$$

$R_{carré}$  : résistance carrée

$V_R$  : Tension aux bornes de  $R$

$A_R$  : Surface de la résistance

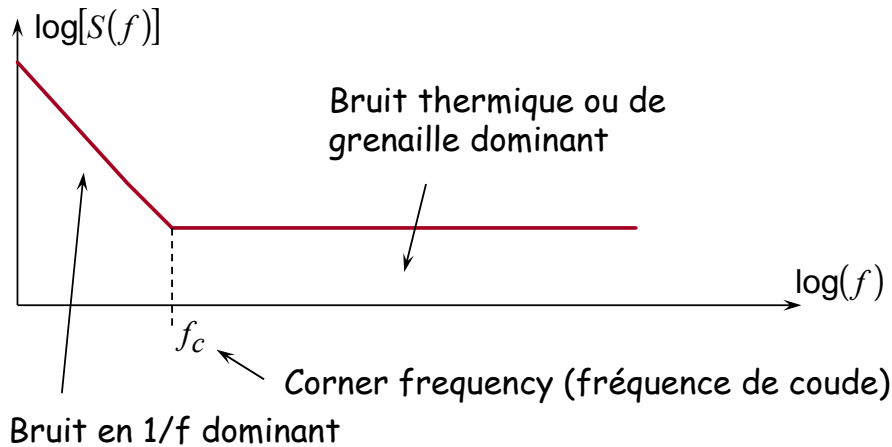
$K_{FR}$  : paramètre dépendant de la technologie



### Diode :

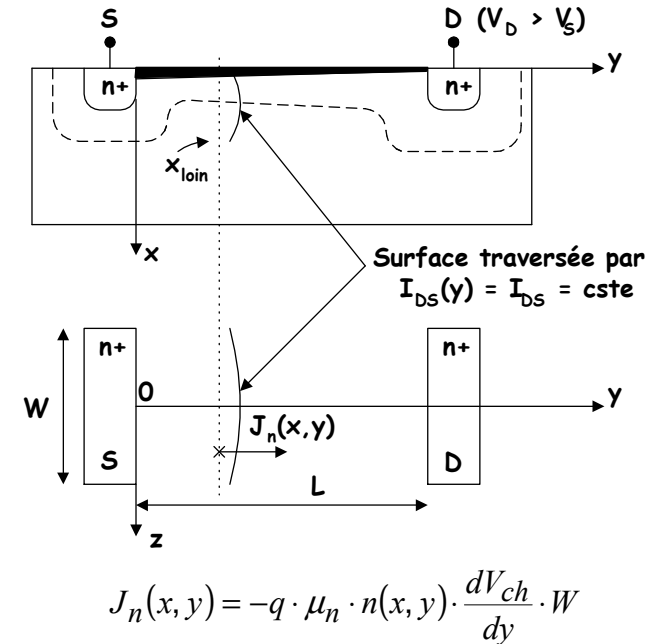
$$S_{D1/f}(f) = \frac{KF_D}{A_D} \cdot I_D \cdot \frac{1}{f}$$

→ Ainsi, quelque soit le composant, la densité spectrale de puissance de bruit aura toujours l'allure suivante :



### III.2.4) Modèle de bruit du transistor MOS

On montre (cf. cours de physique des semiconducteurs de M1 ou cours de Modélisation compacte des composants élémentaires en M2) que le courant  $I_{DS}$  à travers un TMOS s'exprime par :



$V_{ch}$  : Potentiel dans le canal (Bulk comme référence)

$V_{ch}(y=0) = V_{SB}$  coté source, et  $V_{ch}(y=L) = V_{DB}$  coté drain

En intégrant en profondeur dans le bulk de  $x = 0$  à  $x_{loin}$ , on a

$$-I_{DS}(y) = \int_0^{x_{loin}} J_n(x,y) \cdot dx = \mu_n \cdot W \cdot \frac{dV_{ch}(y)}{dy} \cdot \int_0^{x_{loin}} (-q) \cdot n(x,y) \cdot dx$$

$$-I_{DS}(y) = \mu_n \cdot W \cdot \frac{dV_{ch}(y)}{dy} \cdot Q_{inv}(V_{ch}(y))$$

$Q_{inv}$  représente la charge d'électrons mobiles par unité de surface à l'abscisse  $y$  lorsque l'on regarde le TMOS par dessus. Cette charge est constituée des électrons mobiles du canal (si ce dernier est présent) et des électrons (peu nombreux) se trouvant dans la zone de charge d'espace en profondeur dans le bulk (sous le canal).

En réalité, le courant déterministe  $I_{DS}$  ne dépend pas de  $y$  (sinon, il y aurait accumulation de charges dans le canal). Ainsi, en intégrant l'expression précédente depuis la source jusqu'au drain, on obtient :

$$-I_{DS} \cdot \int_0^L dy = \mu_n \cdot W \cdot \int_{V_{SB}}^{V_{DB}} Q_{inv}(V_{ch}) \cdot dV_{ch}$$

$$\Rightarrow I_{DS} = -\mu_n \cdot \frac{W}{L} \cdot \int_{V_{SB}}^{V_{DB}} Q_{inv}(V_{ch}) \cdot dV_{ch} \quad (E)$$

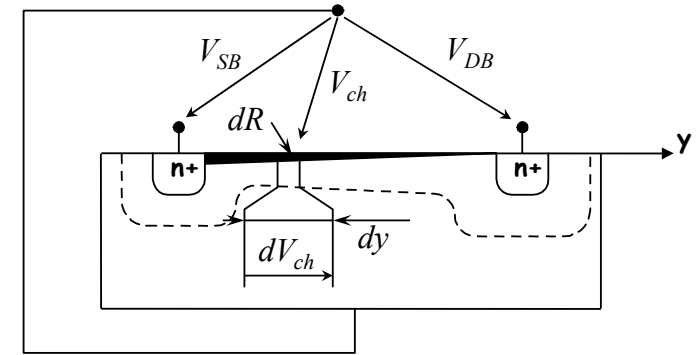
Selon les approximations physiques faites pour établir l'expression de  $Q_{inv}$  en fonction de  $V_{ch}$ , on obtient divers modèles compacts (LEVEL1, LEVEL2, BSIM, EKV,...).

Une manière judicieuse de voir l'équation (E) ci-dessus est de considérer le courant  $I_{DS}$  total comme la somme de petits courants élémentaires  $\delta I_{DS}$  donnés par :

$$I_{DS} = -\mu_n \cdot \frac{W}{L} \cdot \int_{V_{SB}}^{V_{DB}} Q_{inv}(V_{ch}) \cdot dV_{ch} \Leftrightarrow \int_L \delta I_{DS} = \int_{V_{SB}}^{V_{DB}} g_{ch}(V_{ch}) \cdot dV_{ch}$$

$$\delta I_{DS} = g_{ch}(V_{ch}) \cdot dV_{ch} \quad \text{avec} \quad g_{ch}(V_{ch}) = -\mu_n \cdot \frac{W}{L} \cdot Q_{inv}(V_{ch})$$

Le courant  $I_{DS}$  peut donc être vu comme la somme de petits courants élémentaires  $\delta I_{DS}$  proportionnels aux ddp  $dV_{ch}$  réparties le long du canal. Le terme  $g_{ch}(V_{ch})$  est appelé la transconductance de canal.



La ddp  $dV_{ch}$  se trouve aux bornes de la résistance élémentaire  $dR$  de la portion de canal située en  $y$  et de longueur  $dy$ . La résistance  $dR$  s'exprime par :

$$-I_{DS} = \mu_n \cdot W \cdot \frac{dV_{ch}}{dy} \cdot Q_{inv}(V_{ch}) \Rightarrow dR = \frac{dV_{ch}}{I_{DS}} = \frac{-dy}{\mu_n \cdot W \cdot Q_{inv}}$$

Chaque ddp élémentaire  $dV_{ch}$  provient de « ce qui se passe » dans la petite résistance  $dR$ . En conséquence, ces ddp  $dV_{ch}$  fluctuent, entraînant un bruit dans le courant  $I_{DS}$ . Comme chaque  $dV_{ch}$  ne dépend que de ce qui se passe dans la résistance  $dR$  correspondante, il suffit de sommer les dsp élémentaires  $dS_{\delta I_{DS}} = g_{ch}^2 dS_{V_{ch}}$  associées aux fluctuations de  $dV_{ch}$  pour obtenir la dsp de bruit associée aux fluctuations de  $I_{DS}$  :

$$S_{I_{DS}} = \int_{V_{SB}}^{V_{DB}} g_{ch}^2(V_{ch}) \cdot dS_{V_{ch}}$$

On peut ainsi établir des expressions analytiques pour le bruit du TMOS.

### Bruit thermique dans le TMOS :

En considérant que les  $dR$  élémentaires ne sont le siège que d'un bruit thermique, on a :

$$\begin{aligned} dS_{V_{chth}} &= 4 \cdot k \cdot T \cdot dR = \frac{-4 \cdot k \cdot T \cdot dy}{\mu_n \cdot W \cdot Q_{inv}} = \frac{-4 \cdot k \cdot T}{\mu_n \cdot W \cdot Q_{inv}} \cdot \frac{dy}{dV_{ch}} \cdot dV_{ch} \\ &= \frac{4 \cdot k \cdot T}{I_{DS}} \cdot dV_{ch} \quad \frac{dy}{dV_{ch}} = -\frac{\mu_n \cdot W \cdot Q_{inv}(V_{ch})}{I_{DS}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{I_{DSth}} &= \int_L dS_{\delta I_{DS}} = \int_L g_{ch}^2(V_{ch}) \cdot dS_{V_{chth}} \\ &= \frac{4 \cdot k \cdot T}{I_{DS}} \cdot \mu_n^2 \cdot \frac{W^2}{L^2} \cdot \int_{V_{SB}}^{V_{DB}} Q_{inv}^2(V_{ch}) \cdot dV_{ch} \end{aligned}$$

Par exemple, le modèle LEVEL1 conduit à l'expression suivante pour  $Q_{inv}$  lorsque  $V_{GS} > V_{TH}$  ( $Q_{inv}$  n'est constituée que de la charge du canal) :

$$Q_{inv}(V_{ch}) = C_{ox} \cdot (V_{TH} - V_{GB} + V_{ch})$$

où  $V_{TH}$  représente la tension de seuil du TMOS par rapport à la source.

On peut ainsi calculer l'expression de la dsp de courant de bruit thermique du TMOS. L'expression que l'on obtient est assez compliquée. Néanmoins, elle se simplifie grandement lorsque le TMOS est en saturation. Dans ce cas, l'intégrale de  $V_{SB}$  à  $V_{DB}$  se limite à l'intégrale de  $V_{SB}$  à  $V_{DSsat} = V_{GS} - V_{TH}$ , là où  $Q_{inv} \neq 0$  :

$$\begin{aligned} &\int_{V_{SB}}^{V_{DSsat}} (V_{TH} - V_{GB} + V_{ch})^2 dV_{ch} \\ &= \frac{\overbrace{(V_{TH} - V_{GB} + V_{DSsat})^3}^{=0}}{3} - \frac{(V_{TH} - V_{GB})^3}{3} \end{aligned}$$

$$S_{I_{DS_{th}}} = \frac{4 \cdot k \cdot T}{I_{DS}} \cdot \mu_n^2 \cdot \frac{W^2}{L^2} \cdot C_{ox}^2 \cdot (V_{GS} - V_{TH})^3$$

$$I_{DS} = \frac{1}{2} \cdot KP \cdot \frac{W}{L} \cdot (V_{GS} - V_{TH})^2$$

$$KP = \mu_n \cdot C_{ox}$$

$$\Rightarrow S_{I_{DS_{th}}} = \overline{i_{ds_{th}}^2} = \frac{8 \cdot k \cdot T}{3} \cdot KP \cdot \frac{W}{L} \cdot (V_{GS} - V_{TH}) = \frac{8 \cdot k \cdot T}{3} \cdot g_m$$

### Remarques :

1) La dsp du courant de bruit est équivalente à la dsp de bruit thermique d'une conductance de valeur 2/3 de  $g_m$ . Le facteur 2/3 provient du fait que la densité surfacique de charges n'est pas constante de la source jusqu'au point de pincement.

2) Cette expression n'est valable qu'en régime saturé et pour un transistor en forte inversion. D'autre part, elle a été établie dans l'hypothèse du LEVEL1. Elle n'est donc pas parfaitement juste.

**Elle est toutefois très utilisée pour le dimensionnement manuel des circuits.**

3) Cette expression n'est pas valable en régime linéaire. Si elle l'était, elle conduirait à un bruit thermique nul pour  $V_{DS} = 0$ , ce qui n'est pas physique !

4) En toute rigueur (c.f. modèle EKV), on montre que si le TMOS est en mode d'inversion forte :

$$\overline{i_{ds_{th}}^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot \begin{cases} g_{mS} & \text{en linéaire} \\ \frac{2}{3} \cdot g_{mS} & \text{en saturation} \end{cases} \quad \text{où } g_{mS} = \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{SB}} \leftarrow \text{Transconductance de source}$$

**NB.:** En saturation,  $g_{mS} = n \cdot g_m$  et les hypothèses simplificatrices du LEVEL1 reviennent à dire  $n=1$  !

En fait, le lien qui existe entre le  $g_{mS}$  du modèle EKV (référéncé par rapport au bulk) et les paramètres petits signaux du modèle LEVEL1 (référéncés par rapport à la source) est :

$$g_{mS} = g_m + g_{mb} + g_{ds} = \left( 1 + \frac{\gamma}{2 \cdot \sqrt{2\Phi_P + V_{SB}}} \right) \cdot g_m + g_{ds}$$

Le facteur de pente  $n$  du modèle EKV !

Ainsi, en utilisant les paramètres petits signaux référencés par rapport à la source, la théorie donne pour le bruit thermique du TMOS en inversion forte :

$$\overline{i_{ds_{th}}^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot \begin{cases} \left(1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{2\Phi_P + V_{SB}}}\right) \cdot g_m + g_{ds} \cong g_{ds} & \text{en linéaire} \\ \frac{2}{3} \cdot \left[ \underbrace{\left(1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{2\Phi_P + V_{SB}}}\right)}_n \cdot g_m + g_{ds} \right] \cong \frac{2}{3} \cdot n \cdot g_m & \text{en saturation} \end{cases}$$

Typiquement,  $n$  est de l'ordre de 1,5 et l'on a pour un TMOS saturé en forte inversion :

$$\overline{i_{ds_{th}}^2} \cong 4 \cdot k \cdot T \cdot g_m$$

L'expression du modèle LEVEL1 sous-estime donc légèrement le bruit thermique du TMOS saturé en inversion forte, mais nous l'utiliserons pour les calculs manuels, la plupart des manuscrits l'utilisant.

5) En inversion faible, on montre aussi (modèle EKV) :

$$\overline{i_{ds}^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot \begin{cases} g_{m_S} & \text{avec } V_{DS} \approx 0 \text{ (régime linéaire)} \\ \frac{g_{m_S}}{2} & \text{avec } V_{DS} \gg \frac{kT}{q} \text{ (régime saturé)} \end{cases}$$

avec  $g_{m_S} = \frac{I_F}{kT/q}$  où  $I_F$  représente le courant  $I_{DS}$  en saturation.

### Bruit en 1/f dans le TMOS :

Aucun modèle ne s'impose réellement, le plus utilisé étant de considérer que les fluctuations de  $dV_{ch}$  proviennent des fluctuations de la quantité de porteurs dans la petite résistance  $dR$ , fluctuation due aux piégeages aléatoires des porteurs par les états d'interfaces et les défauts. On montre alors (*IEEE Trans. on Electron Devices*, vol. 50, n°8, August 2003, pp. 1815-1818) que l'on a :

$$\overline{i_{ds1/f}^2} = \frac{N_p \cdot I_{DS}^2 \cdot q^4}{W \cdot L \cdot n^2 \cdot C_{ox}^2 \cdot k^2 \cdot T^2} \cdot \frac{1}{f} \Rightarrow \propto \frac{I_{DS}^2}{W \cdot L} \text{ en inversion faible}$$

$$\overline{i_{ds1/f}^2} = \frac{q^2 \cdot N_p \cdot I_{DS}}{2 \cdot L^2 \cdot C_{ox}} \cdot \frac{1}{f} \Rightarrow \propto \frac{I_{DS}}{L^2} \text{ en inversion forte}$$

$N_p$  représentant le nombre de pièges par unité de surface.

De manière générale, le bruit en  $1/f$  est proportionnel au courant de polarisation  $I_{DS}^{AF}$  où  $1 < AF < 2$ , et est inversement proportionnel à  $WL$  où à  $L^2$  selon que le transistor est en inversion faible ou forte. En inversion modérée, la situation est intermédiaire. Ainsi, un modèle simple et souvent utilisé pour le calcul manuel, voire en simulation, est le suivant :

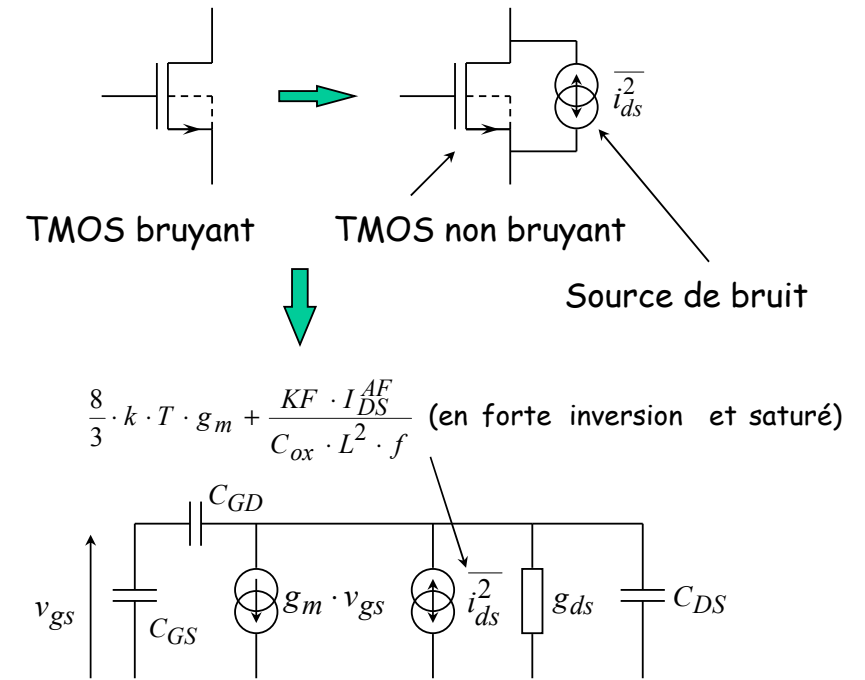
$$\overline{i_{ds1/f}^2} = \frac{KF_{wi} \cdot I_{DS}^{AF_{wi}}}{C_{ox} \cdot W \cdot L \cdot f} \text{ en inversion faible (weak inversion)}$$

$$\overline{i_{ds1/f}^2} = \frac{KF_{si} \cdot I_{DS}^{AF_{si}}}{C_{ox} \cdot L^2 \cdot f} \text{ en inversion forte (strong inversion)}$$

N.B.: Le modèle implémenté dans le simulateur que nous utiliserons est plus compliqué. Néanmoins, pour le calcul manuel nous prendrons le modèle ci-dessus.

Les paramètres  $KF$  et  $AF$  n'étant pas donnés par le fondeur, on les a « mesuré » par simulation !

### ➡ Modèle petits signaux du TMOS incluant le bruit :



### Remarque :

Nous avons supposé  $V_{SB} = 0$ . Le cas contraire ne pose pas de problème particulier (il complique seulement le schéma).

### III.2.5) Signification pratique du bruit rencontré dans les composants élémentaires :

La physique statistique permet de montrer que la distribution des vitesses des électrons de conduction qui se déplacent en raison de l'agitation thermique suit une loi de Maxwell, qui n'est rien d'autre qu'une loi de Gauss, appelée aussi loi normale. De même, le processus de Poisson converge vers une loi normale lorsque le nombre d'évènements par seconde est grand, ce qui est le cas pour le courant d'une diode (nb d'électrons traversant la jonction par seconde). De manière générale, lorsqu'une erreur (variable aléatoire) dépend d'un grand nombre de causes indépendantes dont les effets s'additionnent et dont aucune n'est prépondérante, sa loi statistique converge vers une loi normale (Théorème central limite), i.e. une loi de Gauss.



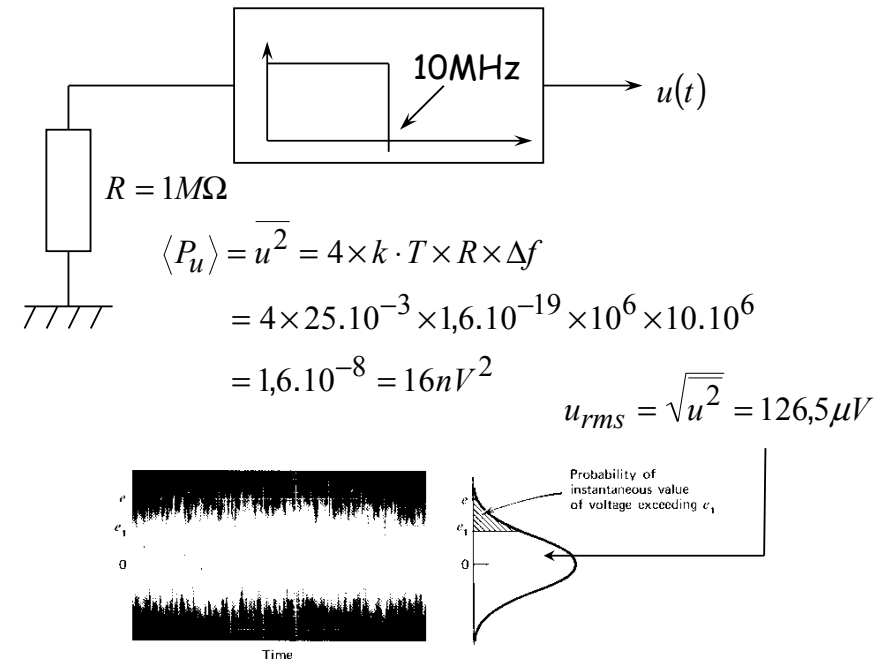
Les processus physiques en jeu dans la plupart des composants élémentaires suivent une loi normale (ou loi de Gauss).

Or, un processus gaussien  $P(x)$  est entièrement caractérisé par sa moyenne  $m$  et son écart-type  $\sigma$ , et l'on a :

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{(x-m)^2}{2 \cdot \sigma^2}} \Rightarrow \int_{-\sigma}^{+\sigma} P(x) \cdot dx = 0,68$$

$$\text{avec } \int_{-\sigma}^{+\sigma} x \cdot P(x) \cdot dx = m \quad \text{et} \quad \int_{-\sigma}^{+\sigma} x^2 \cdot P(x) \cdot dx = \sigma^2$$

Par exemple, en échantillonnant le signal  $u(t)$  en sortie du filtre passe-bas de 10MHz sur lequel était branché en entrée une résistance de  $1M\Omega$ , on peut dire qu'il y a 68% de chance pour que l'échantillon soit à  $\pm 126,5\mu V$  du signal déterministe en sortie du filtre, qui est ici de 0V puisqu'il n'y a pas de courant dans la résistance !





### III.3 Techniques de calcul de bruit

#### III.3.1) Addition des bruits :

Supposons que  $v_1(t)$  et  $v_2(t)$  sont deux signaux de bruit issus de sources différentes (composants élémentaires différents) et qu'un dispositif électronique nous fournisse le signal  $w(t) = v_1(t) + v_2(t)$ . D'autre part, les bruits sont considérés parfaitement aléatoires (moyenne nulle) stationnaires et ergodiques.

Le signal  $w(t)$  est évidemment parfaitement aléatoire, stationnaire et ergodique. Sa puissance moyenne s'écrit alors :

$$\langle P_w \rangle = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T w^2(t) \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T (v_1 + v_2)^2 \cdot dt$$

$$\langle P_w \rangle = \underbrace{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T v_1^2 \cdot dt}_{E[v_1^2(t)] \forall t} + \underbrace{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T v_2^2 \cdot dt}_{E[v_2^2(t)] \forall t} + \underbrace{\frac{2}{T} \cdot \int_0^T v_1 \cdot v_2 \cdot dt}_{E[v_1(t) \cdot v_2(t)] = 0, \forall t}$$

car les signaux  
sont ergodiques

car les signaux  
sont stationnaires

car  $v_1$  et  $v_2$  sont  
indépendants

$$\Rightarrow \langle P_w \rangle = \langle P_{v_1} \rangle + \langle P_{v_2} \rangle$$

$$\begin{aligned} \langle P_w \rangle &= \int_{-\infty}^{+\infty} S_{v_1}(f) \cdot df + \int_{-\infty}^{+\infty} S_{v_2}(f) \cdot df \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} [S_{v_1}(f) + S_{v_2}(f)] \cdot df = \int_{-\infty}^{+\infty} S_w(f) \cdot df \end{aligned}$$

→ La puissance moyenne de bruit de la somme de deux signaux de bruit indépendants est égale à la somme des puissances des bruits primaires.

→ La densité spectrale de puissance de bruit de la somme de deux bruits indépendants est la somme des dsp des bruits primaires.

N.B.: Si les deux signaux de bruit ne sont pas indépendants, il faut rajouter la transformée de Fourier de la fonction de corrélation des deux signaux :

$$S_w(f) = S_{v_1}(f) + S_{v_2}(f) + 2 \cdot \Re[S_{v_1 v_2}(f)]$$

**Remarque:** Les conclusions précédentes s'appliquent que les bruits soient gaussiens ou non. Toutefois, s'ils sont gaussiens (cas général), le bruit  $w(t)$  est aussi gaussien.

En effet, supposons que nous ayons deux grandeurs indépendantes  $x$  et  $y$  qui suivent une loi normale de paramètres respectifs  $X, \sigma_x$  et  $Y, \sigma_y$ . On suppose  $X$  et  $Y$  nulles ce qui n'enlève rien à la généralité de la démonstration.



On a :  $P(x) \propto \exp\left(-\frac{x^2}{2 \cdot \sigma_x^2}\right)$

Probabilité d'obtenir x à dx près

proportionnelle à

De même :  $P(y) \propto \exp\left(-\frac{y^2}{2 \cdot \sigma_y^2}\right)$

Les variables x et y étant indépendantes, la probabilité d'obtenir simultanément x et y est donnée par le produit des probabilités d'obtenir individuellement x et y :

$$P(x, y) \propto \exp\left[-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2}\right)\right]$$

$$\text{Or, } \frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2} = \frac{(x+y)^2}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} + \frac{(\sigma_y^2 \cdot x - \sigma_x^2 \cdot y)}{\sigma_x^2 \cdot \sigma_y^2 \cdot (\sigma_x^2 + \sigma_y^2)} = \frac{s^2}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} + z^2$$

Ainsi, la probabilité d'obtenir des valeurs données de x et y équivaut à celle d'obtenir des valeurs données de  $s = x + y$  et de z.

$$P(s, z) \propto \exp\left(-\frac{s^2}{2 \cdot (\sigma_x^2 + \sigma_y^2)} - \frac{z^2}{2}\right) = \exp\left(-\frac{s^2}{2 \cdot (\sigma_x^2 + \sigma_y^2)}\right) \cdot \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)$$

Désirant uniquement la probabilité d'obtenir une valeur donnée de s, quelque soit celle de z, on intègre P(s,z) sur toutes les valeurs possibles de z :

$$P(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(s, z) \cdot dz \propto \exp\left(-\frac{s^2}{2 \cdot (\sigma_x^2 + \sigma_y^2)}\right) \cdot \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) \cdot dz}_{\sqrt{2 \cdot \pi}}$$

$$\Rightarrow P(x + y) \propto \exp\left(-\frac{(x + y)^2}{2 \cdot (\sigma_x^2 + \sigma_y^2)}\right)$$



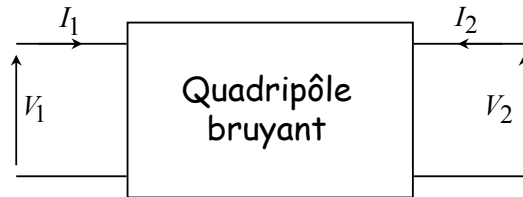
La somme  $x + y$  suit une loi normale

d'écart - type :  $\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$

N.B.: Les résultats précédents se généralisent à la somme de plusieurs variables aléatoires indépendantes suivant une loi normale

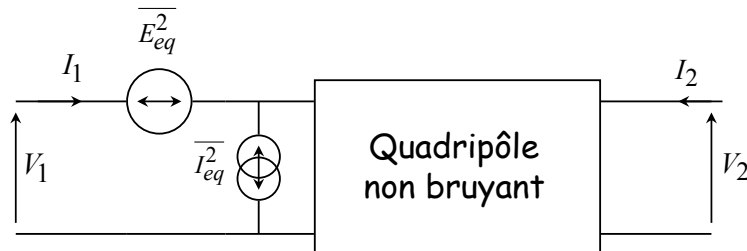
### III.3.2) Quadripôle :

On travaille le plus souvent à partir de quadripôles constitués de résistances, transrésistances, capacités, transconductances et de sources de tension (ou courant) commandées par des tension (ou courant). Lorsque l'on considère en plus le bruit, se rajoutent des sources de bruit en courant ou en tension définies par leur dsp.



Par généralisation du théorème de Thévenin, on montre qu'il est toujours possible de modéliser ce système par un quadripôle non bruyant avec deux sources de bruit. Ces sources de bruit peuvent être placées aux deux extrémités du quadripôle ou à l'une des extrémités.

En général, on les place toutes deux à l'entrée du quadripôle. Ceci permet de comparer facilement le bruit dû au quadripôle avec le bruit dû à la source placée en entrée du quadripôle, source qui se trouve être la plupart du temps un capteur lorsque l'on s'inquiète des problèmes de bruit! On a alors :

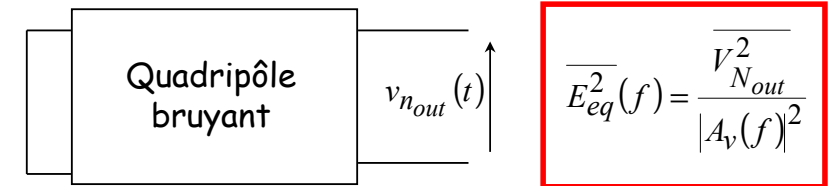


### III.3.3) Calcul des sources de bruit équivalentes pour un quadripôle

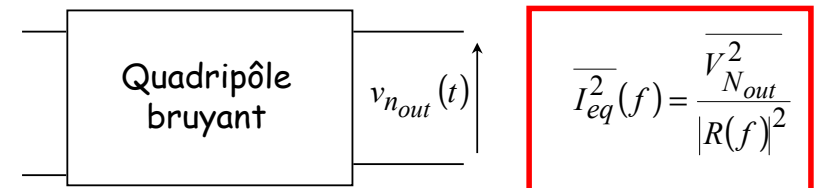
$V_1 = 0 \Rightarrow \overline{V_{Nout}^2}$  est le bruit en sortie dû à  $\overline{E_{eq}^2}$

$I_1 = 0 \Rightarrow \overline{V_{Nout}^2}$  est le bruit en sortie dû à  $\overline{I_{eq}^2}$

On calcule en sortie la dsp de tension de bruit pour chaque condition ( $V_1=0$  ;  $I_1=0$ ) puis on divise par le module au carré de la fonction de transfert en tension ou la transrésistance du quadripôle :



$A_v(f) = \frac{V_2}{V_1}$  : Fonction de transfert du quadripôle



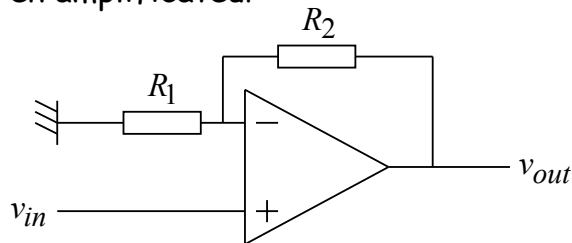
$R(f) = \frac{V_2}{I_1}$  : Transrésistance du quadripôle

**Remarque :** Le calcul de  $E_{eq}$  et  $I_{eq}$  fait en général intervenir certaines sources de bruit communes. Les bruits  $E_{eq}$  et  $I_{eq}$  sont donc généralement corrélés ! En pratique, il est souvent difficile de tenir compte de la corrélation, surtout par calcul manuel!

Nous verrons d'autre part qu'avec les technologies CMOS, le bruit  $I_{eq}$  est négligeable aux fréquences usuelles de fonctionnement des capteurs (basses fréquences). Il n'y a donc plus de problème de corrélation puisque l'on peut alors négliger  $I_{eq}$ .

### III.3.4) Calcul de bruit dans des systèmes à base de quadripôles

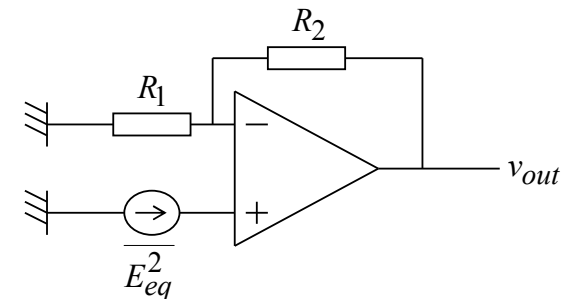
Le plus simple est d'utiliser un exemple. Considérons un AOP monté en amplificateur :



Le bruit de l'AOP est modélisé par une seule source  $E_{eq}$  ramenée à l'entrée, la source  $I_{eq}$  étant négligé (c.f. ci-dessus). D'autre part, les résistances  $R_1$  et  $R_2$  ne présentent que du bruit thermique.

### a) Calcul du bruit en sortie de l'amplificateur

Les sources de bruit étant indépendantes, nous allons calculer la contribution de chacune en sortie.



#### • Contribution de l'AOP

Pour simplifier le calcul, on suppose l'AOP parfait, sauf qu'il est bruyant! Dans ce cas, le gain entre la source de tension  $E_{eq}$  et la sortie est donné par  $1 + R_2/R_1$ . Par conséquent, la dsp de tension de bruit en sortie dû à l'AOP est donnée par :

$$\overline{v_{AOPout}^2} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)^2 \cdot \overline{E_{eq}^2}$$

#### Exercices :

1) Montrez que l'on arrive au même résultat que la source de bruit  $E_{eq}$  soit placée sur l'entrée + ou sur l'entrée - de l'AOP.

2) Montrez que si l'on suppose l'AOP comme un système du premier ordre, i.e. que sa fonction de transfert est donnée par :

$$A_v(f) = \frac{v_{out}}{\varepsilon} = \frac{A_{v0}}{1 + j \cdot \frac{f}{f_c}}$$

la dsp de bruit en sortie est donnée par :

$$\overline{v_{AOP_{out}}^2} \approx \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)^2 \cdot \frac{1}{\left(1 + j \cdot \frac{f}{f_c \cdot A_{v0} \cdot R_1 / (R_1 + R_2)}\right)^2} \cdot \overline{E_{eq}^2}$$

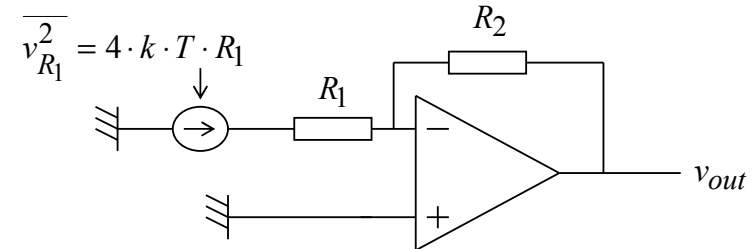
et en déduire que si  $E_{eq}$  est un bruit thermique, la puissance moyenne de bruit en sortie est indépendante de la fréquence de coupure  $f_c$ , mais est directement liée au GBW de l'AOP :

$$\left\langle \overline{v_{AOP_{out}}^2} \right\rangle = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \overline{E_{eq}^2} \cdot GBW \cdot \frac{\pi}{2}$$

### • Contribution de $R_1$

Le gain entre la source de bruit  $v_{R1}$  et la sortie vaut  $-R_2/R_1$ .  
Par conséquent :

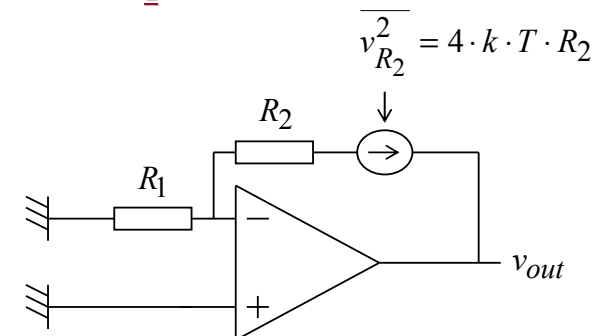
$$\overline{v_{R1_{out}}^2} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \cdot 4 \cdot k \cdot T \cdot R_1$$



Exercice : Montrez que si l'AOP est un système du 1er ordre, la contribution de  $R_1$  en sortie est donnée par :

$$\overline{v_{R1_{out}}^2} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \cdot \frac{1}{\left(1 + j \cdot \frac{f}{f_c \cdot A_{v0} \cdot R_1 / (R_1 + R_2)}\right)} \cdot 4 \cdot k \cdot T \cdot R_1$$

### • Contribution de $R_2$



L'entrée  $v_-$  étant à la masse ( $\varepsilon = 0$ ), le courant dans  $R_1$  est nul, ainsi que dans  $R_2$ . Par conséquent,

$$\overline{v_{R2out}^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot R_2$$

**Exercice :** Calculez la dsp de bruit dû à  $R_2$  en sortie si l'AOP est un système du 1er ordre.

### • Bruit total en sortie

Les sources de bruit étant indépendantes, la dsp de bruit total en sortie est donnée par la somme des dsp individuelles :

$$\overline{v_{TOTALout}^2} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)^2 \cdot \overline{E_{eq}^2} + 4 \cdot k \cdot T \cdot \left[\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \cdot R_1 + R_2\right]$$

### b) Calcul du bruit de l'amplificateur ramené en entrée

Le gain entre l'entrée et la sortie est donné par  $1 + R_2/R_1$ . Par conséquent, le bruit ramené à l'entrée est donné par :

$$\overline{v_{inAMPLIeq}^2} = \frac{\overline{v_{TOTALout}^2}}{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)^2} = \overline{E_{eq}^2} + \frac{4 \cdot k \cdot T \cdot \left[\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \cdot R_1 + R_2\right]}{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)^2}$$

$$\overline{v_{inAMPLIeq}^2} = \overline{E_{eq}^2} + 4 \cdot k \cdot T \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

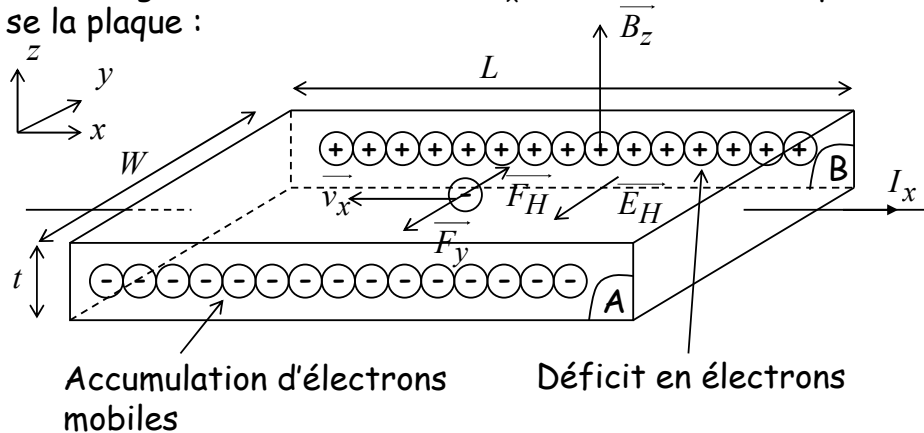
→ C'est cette dsp de bruit que l'on comparera à la dsp de bruit du capteur pour déterminer si l'amplificateur apporte plus de bruit que le capteur ou vis-versa!

### III Etude du « Front end »

#### III.1 Capteur à effet Hall

##### III.1.1 Principe de fonctionnement

On considère une plaque réalisée à l'aide du puit N d'une technologie CMOS. Un courant  $I_x$ , selon l'axe des x, polarise la plaque :



La couche technologique étant dopée avec une concentration  $N_A \approx 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ , on peut négliger les trous et ne tenir compte que des électrons. Ces derniers se déplacent selon l'axe des x avec une vitesse  $v_x$  ( $< 0$  en notation algébrique).

Lorsqu'un champ magnétique  $B_z$  ( $> 0$  en notation algébrique) est appliqué, les  $e^-$  sont soumis à la force de Lorentz :

$$\vec{F}_y = -q \cdot \vec{v}_x \times \vec{B}_z \Leftrightarrow F_y = q \cdot v_x \cdot B_z \text{ (selon } y \text{ et } < 0)$$

Les électrons s'accumulent sur la face A (haute impédance) et un déficit d' $e^-$  (atomes de dopant ionisés négativement) apparaît sur la face B. Un champ électrique, dit de Hall,  $E_H$ , prend alors naissance et crée une force  $F_H$  qui s'oppose à la force de Lorentz.

L'équilibre est atteint très vite (en une picoseconde environ : temps de relaxation des  $e^-$  dans le silicium), les deux forces  $F_H$  et  $F_y$  s'annulent. Seule persiste la force due au champ électrique selon x, responsable du courant de polarisation  $I_x$ , les lignes de courant restant parallèles à l'axe des x.

A l'équilibre :

$$-q \cdot \vec{E}_H = -\vec{F}_y = q \cdot \vec{v}_x \times \vec{B}_z \Leftrightarrow E_H = v_x \cdot B_z \text{ (notation algébrique)}$$

$$\Rightarrow E_H = -\frac{J_x}{n \cdot q} \cdot B_z$$

On peut alors mesurer entre les faces A et B la tension de Hall :

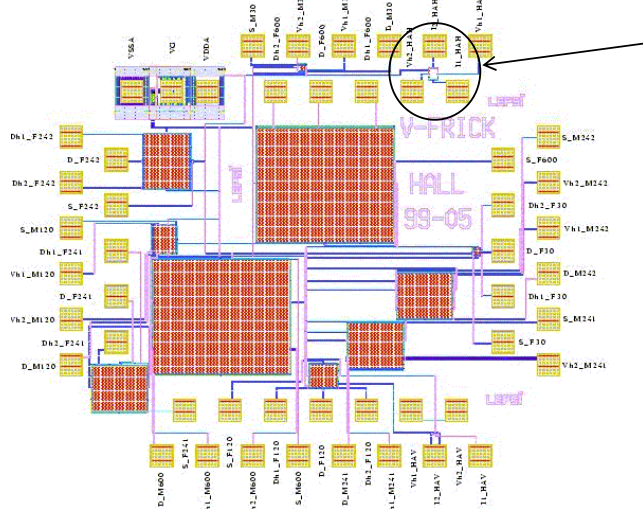
$$V_{AB} = V_H = W \cdot E_H = -\frac{\overbrace{J_x \cdot W \cdot t}^{I_x}}{n \cdot q \cdot t} \cdot B_z = -\frac{1}{n \cdot q} \cdot \frac{I_x \cdot B_z}{t}$$

$$V_H = R_H \cdot \frac{I_x \cdot B_z}{t} \quad \text{où} \quad R_H = -\frac{1}{n \cdot q} : \text{Constante de Hall}$$

### III.1.2 Capteurs réalisés

#### 1) Circuit de capteurs prototypes

Divers capteurs ont été déjà réalisés à l'InESS dans une technologie CMOS 0,6 $\mu$ m. Nous utiliserons ces résultats pour nos capteurs en CMOS 0,35 $\mu$ m car le produit nt est sensiblement constant entre les deux technologies.



Capteurs que l'on utilisera :

$W = 30 \mu m$   
 $L = 50 \mu m$



Capteur à effet Hall

#### 2) Banc de caractérisation

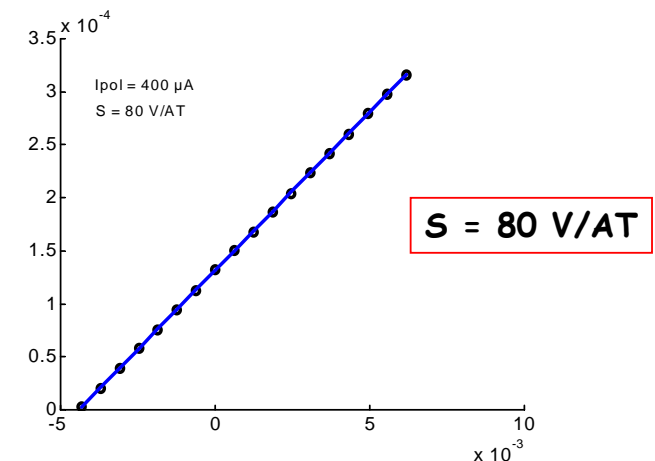
- Un banc de caractérisation comportant un jeu de bobines d'Helmholtz a permis la mesure de la sensibilité du capteur.
- Un analyseur de spectre a été utilisé pour mesurer la puissance de bruit en sortie du capteur et déterminer sa détektivité.



Photo des bobines d'Helmholtz

#### 3) Résultats de caractérisation

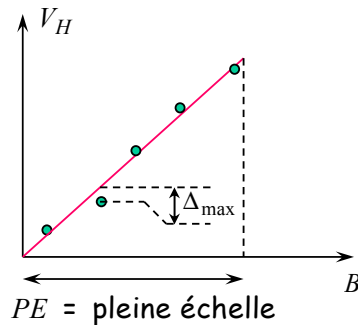
##### 3.1) Sensibilité du capteur :





### 3.2) Linéarité :

La courbe précédente permet de calculer la non-linéarité du capteur.



$$NL = \frac{\Delta_{\max}}{PE}$$

On trouve que  $NL < 10^{-4}$   
sur une pleine échelle de  $\pm 5\text{mT}$



On peut considérer le capteur comme parfaitement linéaire.

### 3.3) Offset :

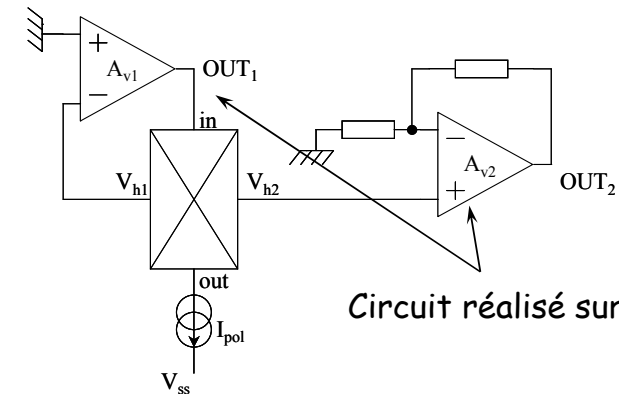
En sortie du capteur, il est de l'ordre de  $\pm 0,5\text{mV}$

### 3.4) Bruit :

#### 3.4.1) Technique de mesure :

Le niveau de bruit est trop faible en sortie du capteur pour qu'il soit mesuré directement. Il est donc nécessaire d'amplifier tout d'abord le signal de bruit.

Pour ce faire, on branche le capteur sur un circuit de préamplification (associé à sa polarisation) :



Circuit réalisé sur PCB

On polarise l'amplificateur avec un courant  $I_{\text{pol}} = 1\text{mA}$  pour se mettre dans les conditions réelles d'utilisation

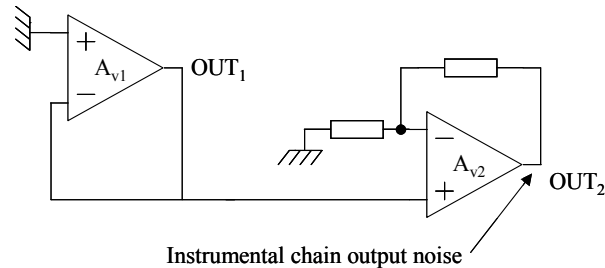
On mesure alors avec un analyseur de spectre la densité spectrale de puissance de bruit en sortie ( $\text{OUT}_2$ ). Elle est constituée du bruit provenant du capteur (dsp dénommée par  $S_{\text{cap}}(f)$ ) amplifié par le gain  $G$  du préampli auquel s'ajoute le bruit de la chaîne électronique (amplis  $A_{v1} + A_{v2}$ ) dont la dsp en sortie est dénommée par  $S_{\text{chaîne}}(f)$  :

$$S_{\text{OUT}_2(\text{cap+chaîne})} = S_{\text{cap}}(f) \times G^2 + S_{\text{chaîne}}(f)$$



**N.B. :** Les deux dsp s'additionnent car les bruits proviennent de sources différentes non corrélées.

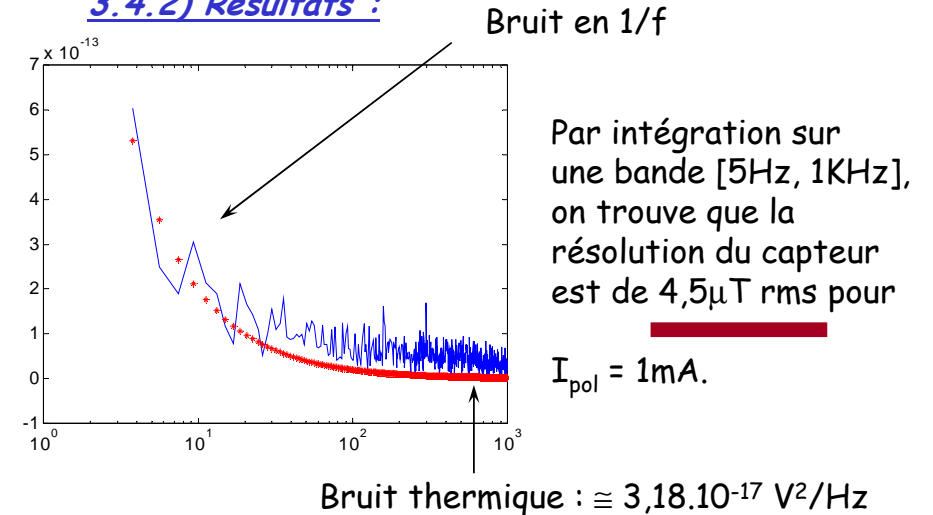
Il suffit alors de faire une mesure de  $S_{\text{chaîne}}(f)$  sans inclure le capteur et de retrancher cette mesure de la mesure précédente pour déterminer  $S_{\text{cap}}(f)$ .



### Remarques :

- 1) L'AOP de polarisation est monté en suiveur car il joue un rôle de «suiveur» lorsque le capteur est inséré.
- 2) La source de polarisation  $I_{\text{pol}} = 1\text{mA}$  n'est pas présente dans cette deuxième mesure. Néanmoins, ce n'est pas gênant puisque même si elle présentait un bruit, sa contribution en sortie du capteur (première mesure) serait nulle vue que la mesure fut faite en champ nul (ou pratiquement nul car le champ magnétique terrestre est toujours présent!).

### 3.4.2) Résultats :



### 3.4.3) Interprétation des résultats :

Une mesure directe, à l'ohmmètre, de la résistance vue aux bornes des contacts de Hall donne  $2\text{K}\Omega$ . Or la dsp de bruit thermique d'une telle résistance vaut :

$$\overline{v_{th}^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot R = 4 \times 25 \cdot 10^{-3} \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 2 \cdot 10^3 = 3,2 \cdot 10^{-17} \text{ V}^2 / \text{Hz}$$

Ainsi, le niveau de bruit thermique mesuré correspond à celui que l'on attendait. Ceci valide notre procédure de mesure de bruit.

D'autre part, le bruit en sortie du capteur peut s'écrire comme le bruit thermique dû à la résistance de  $2K\Omega$  auquel s'ajoute un bruit en  $1/f$  :

$$S_{cap}(f) = 4 \cdot k \cdot T \cdot R + \frac{K}{f}$$

Les résultats ont montré que la résolution du capteur est de  $4,5\mu T$  sur une bande de  $[5Hz, 1KHz]$  et pour un courant de polarisation de  $1mA$ . C'est à dire que :

$$\int_5^{10^3} S_{cap}(f) \cdot df = (80 \cdot 10^{-3})^2 \times (4,5 \cdot 10^{-6})^2 = 1,3 \cdot 10^{-13} V^2$$

$$\Rightarrow \underbrace{4 \cdot k \cdot T \cdot R}_{3,2 \cdot 10^{-17}} \times (1000 - 5) + K \cdot \ln\left(\frac{1000}{5}\right) = 1,3 \cdot 10^{-13} V^2$$

$$\Rightarrow K = 1,85 \cdot 10^{-14} V^2$$

→ La densité spectrale de puissance de tension de bruit en sortie du capteur s'exprime par :

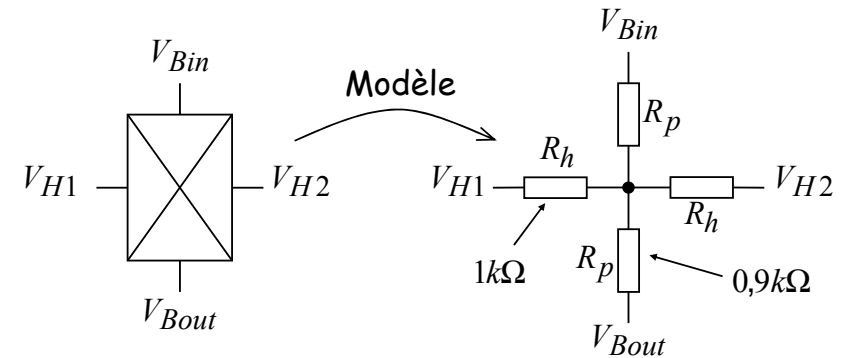
$$S_{cap}(f) = 4 \cdot k \cdot T \cdot R + \frac{K}{f} = 3,2 \cdot 10^{-17} + \frac{1,85 \cdot 10^{-14}}{f} \text{ en } V^2 / Hz$$

N.B.: En toute rigueur les mesures ne sont valables que pour le courant de polarisation  $I_{pol} = 1mA$ , le coefficient  $K$  pouvant être sujet au courant de polarisation.

### III.1.3 Capteur utilisé :

→ Layout : c.f. TP

→ modèle électrique équivalent du capteur



→ Polarisation :  $1mA$

→ Sensibilité :  $80 \text{ mV/T}$

→ Modèle de bruit :

$$S_{cap_{out}}(f) = 4 \cdot k \cdot T \cdot R + \frac{K}{f} = 3,2 \cdot 10^{-17} + \frac{1,85 \cdot 10^{-14}}{f} \text{ en } V^2 / Hz$$

### III.2 Caractéristiques de l'AOP de polarisation

#### 1) Bande utile

D'après nos mesures de bruit, le capteur présente un bruit en  $1/f$  non négligeable sur la bande qui nous intéresse, à savoir  $[0,500\text{Hz}]$ . En effet, la fréquence de «corner» est donnée par :

$$\frac{1,85 \cdot 10^{-14}}{f_c} = 3,2 \cdot 10^{-17} \Rightarrow f_c = 578\text{Hz}$$

➡ On ne peut pas négliger le bruit en  $1/f$ .

**Problème :** Quelle bande de fréquences doit-on utiliser pour faire nos calculs sachant que si l'on intègre la dsp de bruit en  $1/f$  à partir de  $0\text{Hz}$ , la puissance de bruit correspondante est infinie.

Pour résoudre ce problème, nous choisissons sur quelle durée maximale nous serons amenés à réaliser des mesures consécutives sans étalonner notre chaîne de mesure. Choisissons par exemple une journée = 24 h.

Dans ce cas, toute fluctuation à basses fréquences de période  $T = 24\text{h}$  doit être prise en compte dans la puissance de bruit présentée par la chaîne de mesure.

➡ Bande utile :  $\left[ \frac{1}{24 \times 3600} = 1,16 \cdot 10^{-5}, 500\text{Hz} \right] \Rightarrow [10^{-5}, 500\text{Hz}]$

Nous allons donc concevoir la chaîne instrumentale pour que son bruit soit compatible à la résolution demandée dans le cahier des charges, et ce sur une bande passante allant de  $10^{-5}\text{Hz}$  à  $500\text{Hz}$ .

➡ Ainsi, nous pouvons assurer la résolution de notre système de mesure pour 24 h au moins. Au delà, un réétalonnage doit être effectué.

**Exercice :** En considérant que seul le capteur présente un bruit en  $1/f$  non négligeable, calculer quelle résolution on peut assurer pour ce système de mesure sur un an.

#### 2) Puissance de bruit de l'électronique

En sortie du capteur, sur la bande  $[10^{-5}, 500\text{Hz}]$ , la contribution en bruit du capteur seul est de :

$$\begin{aligned} \langle v_{cap}^2 \rangle &= \int_{10^{-5}}^{500} S_{cap\ out}(f) = \underbrace{3,2 \cdot 10^{-17} \times 500}_{1,6 \cdot 10^{-14}} + \underbrace{1,85 \cdot 10^{-14} \times \ln\left(\frac{500}{10^{-5}}\right)}_{32,8 \cdot 10^{-14}} \\ &= 34,41 \cdot 10^{-14} \text{V}^2 \end{aligned}$$

Or, la résolution de  $1\% = \pm 50\mu\text{T}$  de la chaîne de mesure revient à dire que la puissance totale de bruit permise en sortie du capteur est de :

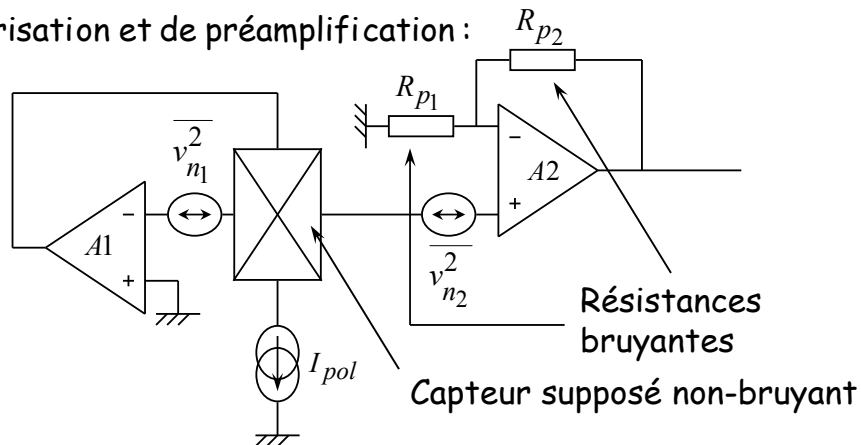
$$\langle v_{Total\ outcap}^2 \rangle = (80 \cdot 10^{-3})^2 \times (50 \cdot 10^{-6})^2 = 1,6 \cdot 10^{-11} \text{V}^2$$

Il reste donc  $1,6 \cdot 10^{-11} - 34,4 \cdot 10^{-14} = 1,56 \cdot 10^{-11} \text{V}^2$   
pour l'électronique

Ainsi, en ajoutant une petite marge de sécurité, nous choisissons de concevoir l'électronique de conditionnement et d'amplification du signal de telle sorte que sa puissance de bruit ramenée en sortie du capteur soit de  $1.10^{-11} \text{ V}^2$  sur la bande des  $[10^{-5}, 500\text{Hz}]$ .

### Expression du bruit de l'électronique :

Soit,  $\overline{v_{n1}^2}$  et  $\overline{v_{n2}^2}$ , les dsp de bruit ramenée en entrée des AOPs de polarisation et de préamplification :



Nous avons déjà vu (c.f. PARTIE I - III.3.4-b)) que la dsp de bruit thermique dû aux résistances  $R_{p1}$  et  $R_{p2}$  ramenée en sortie du capteur (i.e. en entrée du préamplificateur) s'exprime par :

$$\overline{v_{th(R_{p1}, R_{p2})}^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot \frac{R_{p1} \cdot R_{p2}}{R_{p1} + R_{p2}}$$

Or, le gain de préamplification a été choisi égal à 100.

$$\Rightarrow 1 + \frac{R_{p2}}{R_{p1}} = 100 \Rightarrow R_{p2} = 99 \cdot R_{p1} \Rightarrow \overline{v_{th(R_{p1}, R_{p2})}^2} \approx 4 \cdot k \cdot T \cdot R_{p1}$$

D'autre part, il est clair que la dsp de bruit dû à l'AOP de polarisation, ramené en sortie du capteur, est  $\overline{v_{n1}^2}$ .

De même, pour l'AOP de préamplification.

Enfin, il est inutile de tenir compte du bruit dû à l'amplificateur et aux sous-ensemble électronique le suivant (filtre anti-repliement,...) car ramené en sortie du capteur, leur dsp de bruit est divisée par le gain de préamplification au carré, soit par  $10^4$ , et sera donc négligeable devant les bruits dû à l'AOP de polarisation et au préamplificateur. En conclusion, ramené en sortie du capteur, la dsp de bruit dû à l'électronique s'exprime par :

$$S_{\text{électronique}}(f) = \overline{v_{n1}^2} + \overline{v_{n2}^2} + 4 \cdot k \cdot T \cdot R_{p1}$$

### 3) Bruit admissible pour l'AOP de polarisation

Afin de minimiser la surface de silicium, sans pour autant consommer trop, nous choisirons par exemple :

$$R_{p1} = 1\text{K}\Omega \quad \text{et} \quad R_{p2} = 99\text{K}\Omega$$

**N.B. :** Pour une sortie variant dans une gamme de  $\pm 1,1V$ , le courant est limité à  $\pm 11\mu A$ , ce qui est faible.

Dans ce cas, la contribution en bruit thermique de  $R_{p1}$ ,  $R_{p2}$  sur la bande utile est de :

$$\overline{v_{th(R_{p1}, R_{p2})}^2} \approx 4 \cdot k \cdot T \cdot R_{p1} \cdot B_{Hz}$$

$$= 4 \times 25 \cdot 10^{-3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \times 10^3 \times 500 = 8 \cdot 10^{-15} V^2 \ll 10^{-11} V^2$$

Ainsi, le bruit dû aux deux AOP devra être inférieur à  $10^{-11} V^2$  sur la bande utile.

D'autre part, il semble naturelle de répartir équitablement la contribution en bruit des deux AOPs. Ainsi, l'AOP de polarisation devra présenter un bruit inférieur à  $0,5 \cdot 10^{-11} V^2$  sur la bande utile :

$$\int_{10^{-5}}^{500} \overline{v_{n1}^2} \cdot df \leq 5 \cdot 10^{-12} V^2$$

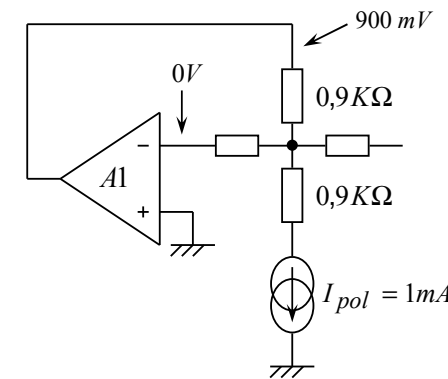
#### 4) Dynamique d'entrée en mode commun

L'AOP de polarisation est monté en suiveur. Sa dynamique d'entrée en mode commun doit être au moins égale à la plage de variation du signal sur l'entrée +, ici fixé à la masse! On peut donc choisir par exemple :

$$CMR \pm \geq \pm 0,25V$$

#### 5) Dynamique de sortie

Le modèle électrique du capteur nous dit que le courant de polarisation  $I_{pol} = 1mA$  passe à travers une résistance de  $1,8K\Omega$ .



La borne supérieure de la dynamique de sortie doit être au moins de 900mV.



On choisit par ex.:

$$OUT \pm \geq \pm 1,1V$$

#### 6) Produit gain bande passante (GBW) :

L'AOP servant à polariser, il n'y a pas de contrainte majeure sur son GBW. Toutefois, sachant qu'en général, le PSRR d'un AOP est correct jusqu'à des fréquences de l'ordre du GBW, nous concevrons l'AOP de telle sorte que son GBW soit supérieure à 10 fois la fréquence maximale de l'horloge sur le circuit. Ceci permettra «d'amortir» les effets toujours néfastes des commutations numériques sur les parties analogiques d'un système intégré mixte :

$$GBW \geq 10 \times 128KHz = 1,28MHz \Rightarrow GBW \geq 2MHz$$

## 7) Offset :

Nous avons déjà vu qu'il devra être inférieur à  $\pm 5\text{mV}$  pour éviter toute saturation en sortie du préamplificateur.

## 8) Marge de phase :

Afin que la polarisation du capteur se rétablisse en un temps minimal après une perturbation (par exemple de la masse connectée à l'entrée + de l'AOP de polarisation), nous choisirons une marge de phase de  $67^\circ$ .

## 9) Gain statique :

Le gain statique de l'AOP de polarisation conditionne la précision de la valeur de la masse virtuelle sur l'entrée inverseuse. En choisissant un  $A_{v0} > 5000$ , cette masse virtuelle sera précise à  $200\mu\text{V}$  près, ce qui est largement suffisant (N.B.: Cette imprécision peut être vue comme un offset).

### III.3 Caractéristiques de l'AOP de préamplification

#### 1) Dynamique d'entrée en mode commun

L'AOP de préamplification est monté en amplificateur non inverseur. Par conséquent, sa dynamique d'entrée en mode commun doit être au moins égale à la plage sur laquelle varie le signal sur son entrée +, i.e. à la plage de variation du signal en sortie du capteur, soit  $\pm \text{offset} + \pm 400\mu\text{V}$ .

Nous choisirons donc par exemple :

$$CMR_{\pm} \geq \pm 0,25V$$

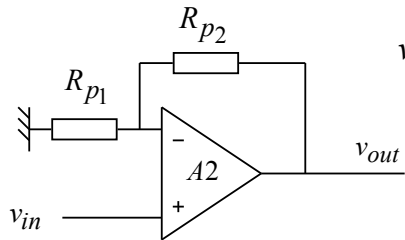
## 2) Dynamique de sortie

Dans le pire des cas, nous avons vu que l'offset est de  $\pm 10,5\text{mV}$  et que le signal lié à la mesure d'un champ magnétique est de  $\pm 400\mu\text{V}$ . Ainsi, avec un gain de préamplification de 100, le signal en sortie du préamplificateur doit pouvoir varier sur une plage de  $100 \times \pm 10,9\text{mV}$ , soit  $\pm 1,09V$ . Ainsi, on choisira :

$$OUT_{\pm} \geq \pm 1,1V$$

## 3) Gain statique

La précision du gain de 100, en boucle fermée, dépend du gain statique  $A_{v0}$ . En effet :



$$v_{out} = A_{v0} \cdot \left( v_{in} - \frac{R_{p1}}{R_{p1} + R_{p2}} \cdot v_{out} \right)$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{A_{v0}}{1 + \frac{R_{p1}}{R_{p1} + R_{p2}} \cdot A_{v0}}$$

➔ Il faut :  $\frac{R_{p1}}{R_{p1} + R_{p2}} \cdot A_{v0} \gg 1 \Rightarrow \underline{A_{v0} \gg 100}$

Nous choisirons

$$A_{v0} \gg 5000$$

### 7) Produit gain bande passante (GBW) :

Le préamplificateur doit avoir une bande passante d'au moins 500Hz! Ainsi, avec un gain de 100, son GBW doit être au moins de  $100 \times 500 = 50 \text{ KHz}$ . On choisira par exemple :

$$GBW \geq 2 \text{ MHz}$$

### 7) Offset :

Nous avons déjà vu qu'il devra être inférieur à  $\pm 5 \text{ mV}$  pour éviter toute saturation en sortie du préamplificateur.

### 8) Marge de phase :

Nous la choisirons égale à  $67^\circ$ , pour un taux de contre-réaction de  $1/100$  !

### 9) Bruit :

Nous avons déjà vu que l'AOP de préamplification devra présenter un bruit inférieur à  $0,5 \cdot 10^{-11} \text{ V}^2$  sur la **bande utile** :

$$\int_{10^{-5}}^{500} \overline{v_{n2}^2} \cdot df \leq 5 \cdot 10^{-12} \text{ V}^2$$

## III.4 Récapitulatif

### AOP de polarisation

$$\text{Bruit} < 5 \cdot 10^{-12} \text{ V}^2$$

$$\text{sur } [10^{-5}, 500 \text{ Hz}]$$

$$\text{CMR} \pm \geq \pm 0,25 \text{ V}$$

$$\text{OUT} \pm \geq \pm 1,1 \text{ V}$$

$$GBW \geq 2 \text{ MHz}$$

$$A_{v0} \geq 5000 = 74 \text{ dB}$$

$$\text{Offset} \leq \pm 5 \text{ mV}$$

### AOP de préamplification

$$\text{Bruit} < 5 \cdot 10^{-12} \text{ V}^2$$

$$\text{sur } [10^{-5}, 500 \text{ Hz}]$$

$$\text{CMR} \pm \geq \pm 0,25 \text{ V}$$

$$\text{OUT} \pm \geq \pm 1,1 \text{ V}$$

$$GBW \geq 2 \text{ MHz}$$

$$A_{v0} \geq 5000 = 74 \text{ dB}$$

$$\text{Offset} \leq \pm 5 \text{ mV}$$



Le récapitulatif des caractéristiques des AOP de polarisation et de préamplification montre que ces deux AOPs sont similaires. Ainsi, on peut s'attendre à ce que leurs dimensionnements soient très proches. En fait, seul l'étage de sortie risque d'être différent d'un AOP à l'autre puisque l'AOP de polarisation doit être capable de fournir  $1 \text{ mA}$  alors que celui de préamplification ne se verra pas demandé plus de  $10$  ou  $15 \mu\text{A}$ !

suite



## PARTIE II

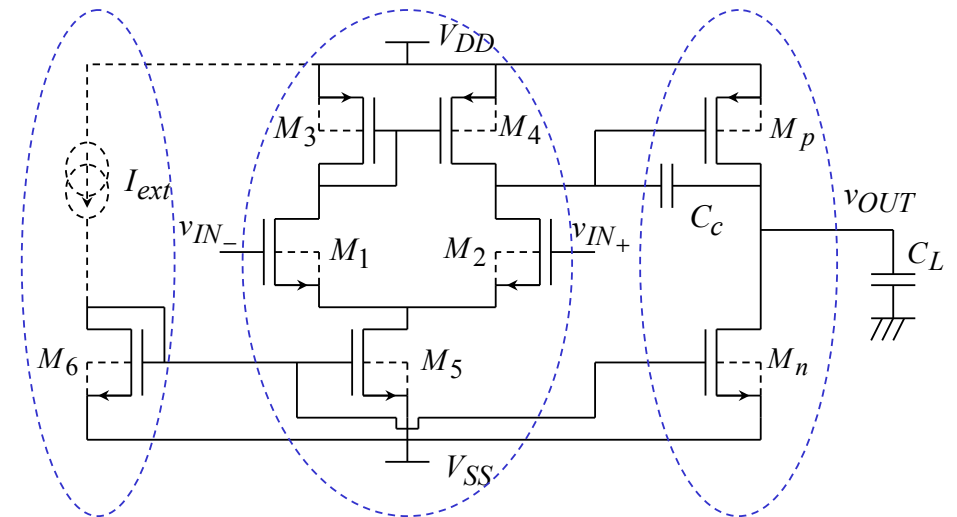
### PARTIE II : Conception du Front-end

#### I - OTA Miller - Rappels - Etude en bruit

#### II - 1er dimensionnement de l'OTA de polarisation

### I. OTA Miller - Rappels - Etude en bruit

#### I.1 Equations de dimensionnement vues en TC



Etage de  
polarisation

Etage différentiel  
d'entrée

Etage de gain  
et de sortie

La conception d'un amplificateur opérationnel (OTA Miller) de mande d'établir au préalable le jeu d'équations liant les caractéristiques de l'amplificateur aux dimensions et courants de polarisation du circuit. Nous rappelons ici la liste des équations vues en cours de TC (Architectures de Base). Elles expriment les spécifications suivantes en fonction des dimensions des transistors et de leur courants de polarisation :



- Dynamique d'entrée en mode commun :  $[CMR_-, CMR_+]$
- Dynamique de sortie :  $[OUT_-, OUT_+]$
- Offset :  $V_{off}$
- Gain statique (différentiel) :  $A_{v0}$
- Produit gain-bande passante : GBW
- Marge de phase : PM
- Slew rate : SR
- Charge :  $C_L$

#### a) Equations des caractéristiques larges signaux et point de polarisation :

$$CMR_- = V_{SS} + V_{Tn} + \sqrt{\frac{I_5}{KP_n \cdot W_1 / L_1}} + \sqrt{\frac{2 \cdot I_5}{KP_n \cdot W_5 / L_5}}$$

$$CMR_+ = V_{DD} + V_{Tp} + V_{Tn} - \sqrt{\frac{I_5}{KP_p \cdot W_3 / L_3}}$$

$$OUT_- = \sqrt{\frac{2 \cdot I_n}{KP_n \cdot W_n / L_n}} + V_{SS} \quad OUT_+ = V_{DD} - \sqrt{\frac{2 \cdot I_n}{KP_p \cdot W_p / L_p}}$$

$$I_n = \frac{W_p / L_p}{W_3 / L_3} \cdot \frac{I_5}{2} \quad SR_+ = \frac{I_5}{C_c}$$

#### b) Equations des caractéristiques petits signaux (fonctionnement linéaire limité à l'ordre 1) :

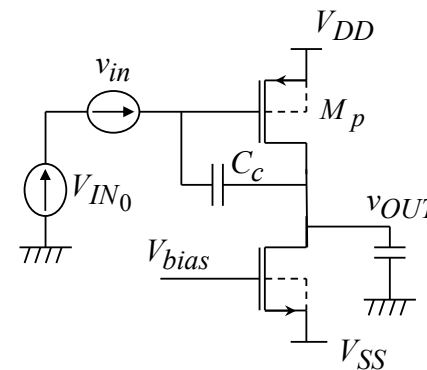
$$A_{v1} = -\frac{g_{m1}}{g_{ds1} + g_{ds3}} = -\frac{\sqrt{KP_n \cdot W_1 / L_1 \cdot I_5}}{\frac{I_5}{2} \cdot \left( \frac{1}{V_{En} \cdot L_1} + \frac{1}{V_{Ep} \cdot L_3} \right)}$$

$$A_{v2} = -\frac{g_{mp}}{g_{dsn} + g_{dsp}} = -\frac{\sqrt{2 \cdot KP_p \cdot W_p / L_p \cdot I_n}}{I_n \cdot \left( \frac{1}{V_{En} \cdot L_n} + \frac{1}{V_{Ep} \cdot L_p} \right)}$$

$$GBW = \frac{g_{m1}}{2 \cdot \pi \cdot C_c} \text{ et } f_{nd} \cong \frac{g_{mp}}{2 \cdot \pi \cdot C_L} \text{ et } f_z \cong \frac{g_{mp}}{2 \cdot \pi \cdot C_c}$$

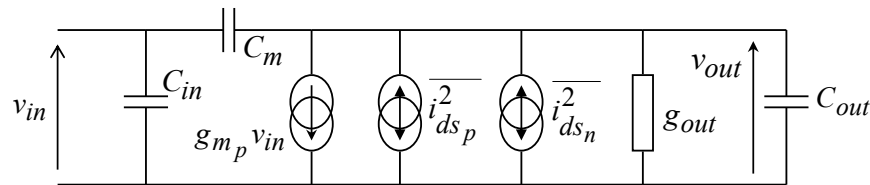
#### I.2 Etude en bruit

##### I.2.1 Etude en bruit de l'étage de gain



Notre problème est de calculer les sources de bruit équivalentes ramenées en entrée,  $E_{eq}$  et  $I_{eq}$ , i.e. au niveau de la grille de  $M_p$ . Pour cela, on établit le schéma petits signaux avec sources de bruit :

On ajoute au modèle petits signaux les sources de bruit de chacun des deux TMOS :



avec

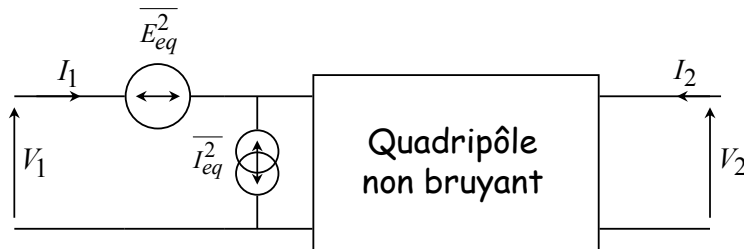
$$C_{in} = C_{GS_p} \quad C_m = C_{DG_p} + C_c$$

$$C_{out} = C_{DS_n} + C_{DG_n} + C_{DS_p} + C_L$$

$$g_{out} = g_{ds_n} + g_{ds_p}$$

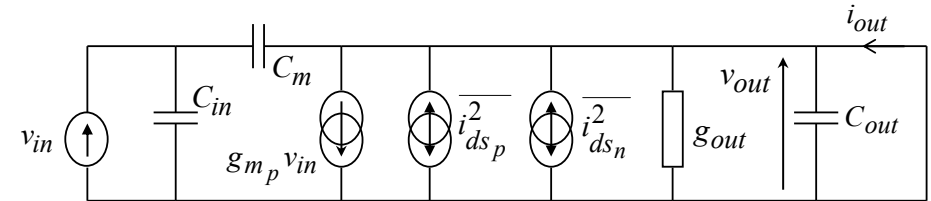


Ce quadripôle bruyant doit être modélisé par un quadripôle non-bruyant auquel on rajoute deux sources de bruit en entrée telle que le bruit en sortie soit le même que celui présenté par le quadripôle bruyant.



### a) Calcul de $E_{eq}$ :

On calcule le courant de bruit en sortie (par exemple) pour l'entrée et la sortie court-circuitée et l'on divise par la transconductance entre la sortie (toujours court-circuitée) et l'entrée  $v_e$  :



Les deux sources de bruit étant indépendantes, on peut sommer leur dsp de bruit :

$$\overline{i_{out}^2} = \overline{i_{ds_n}^2} + \overline{i_{ds_p}^2} = \frac{8}{3} \cdot k \cdot T \cdot (g_{m_n} + g_{m_p})$$

en ne considérant que le bruit thermique.

D'autre part, la transconductance  $i_{out}/v_{in}$  est donnée par :

$$g_{m_p} \cdot v_{in} - s \cdot C_m \cdot v_{in} - i_{out} = 0 \Rightarrow \frac{i_{out}}{v_{in}} = g_{m_p} - s \cdot C_m$$

La tension équivalente de bruit ramenée à l'entrée vaut :

$$E_{eq}(f) = \frac{\overline{i_{ds_n}^2} + \overline{i_{ds_p}^2}}{(g_{m_p} - s C_m)^2} = \frac{8}{3} kT \frac{(g_{m_n} + g_{m_p})}{(g_{m_p} - s C_m)^2} \approx \frac{8}{3} kT \frac{(g_{m_n} + g_{m_p})}{g_{m_p}^2}$$

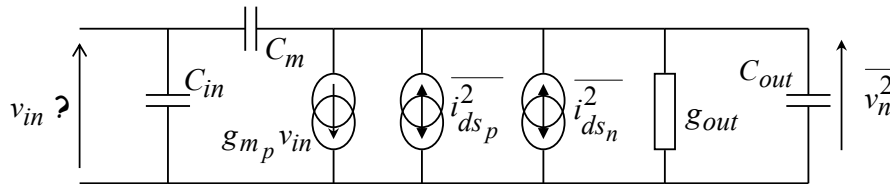
Pour des fréquences allant jusqu'au zéro positif (donc des fréquences assez élevées), la tension de bruit thermique ramenée à l'entrée vaut :

$$E_{eq}(f) \approx \frac{8}{3} \cdot k \cdot T \cdot \frac{1}{g_{m_p}} \left( 1 + \frac{g_{m_n}}{g_{m_p}} \right)$$

### b) Calcul de $I_{eq}$ :

La détermination de  $I_{eq}$  demande de laisser en l'air l'entrée et la sortie de l'étage (par exemple), de déterminer la tension de bruit en sortie, puis de diviser cette tension par le carré de la transrésistance de l'étage :

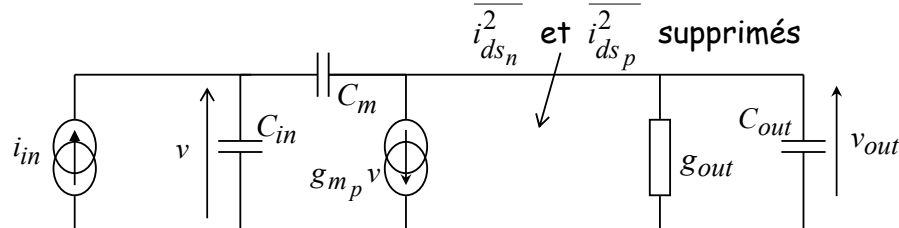
#### → Détermination de la tension de bruit en sortie :



Après quelques calculs, on trouve :

$$\overline{v_n^2} = \frac{\overline{i_{ds_n}^2} + \overline{i_{ds_p}^2}}{\left[ (g_{m_p} - s \cdot C_m) \cdot \frac{C_m}{C_{in} + C_m} + g_{out} + s \cdot (C_{out} + C_m) \right]^2}$$

#### → Détermination de la transrésistance $Tr(f)$ :



Après quelques calculs, on trouve :

$$Tr = \frac{v_{out}}{i_{in}} = \frac{-1}{\left[ (g_{m_p} - s C_m) \frac{C_m}{C_{in} + C_m} + g_{out} + s(C_{out} + C_m) \right]} \cdot \frac{g_{m_p} - s C_m}{s(C_{in} + C_m)}$$

La densité spectrale de courant de bruit en entrée  $I_{eq}(f)$  est alors donnée par :

$$I_{eq}(f) = \left[ \frac{s \cdot (C_{in} + C_m)}{g_{m_p} - s \cdot C_m} \right]^2 \cdot (\overline{i_{ds_n}^2} + \overline{i_{ds_p}^2})$$

En pratique, l'impédance de  $C_{in} + C_m$  est si grande que le courant de bruit  $\langle i_{ds}^2 \rangle$  n'est quasiment pas réinjecté sur l'entrée à basses fréquences.

Ainsi, seul le bruit thermique se retrouve en courant de bruit à l'entrée, et ceci à hautes fréquences. On a alors :

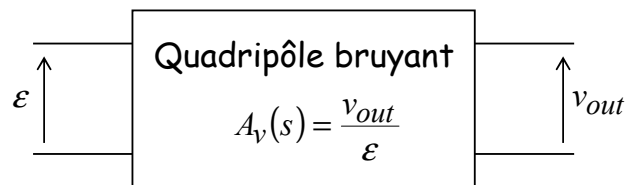
$$I_{eq}(f) = \left[ \frac{s(C_{in} + C_m)}{g_{m_p} - s C_m} \right]^2 (\overline{i_{ds_n}^2} + \overline{i_{ds_p}^2}) \approx \frac{8}{3} kT \frac{1}{g_{m_p}} \left( 1 + \frac{g_{m_n}}{g_{m_p}} \right) \cdot \left( 1 + \frac{C_{in}}{C_m} \right)^2$$

#### Remarques :

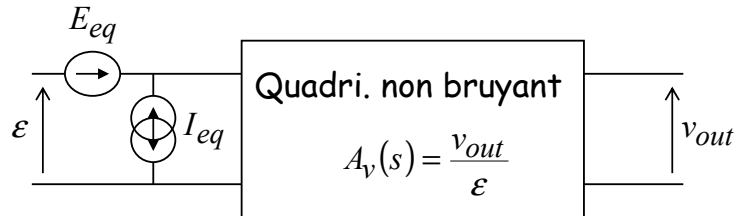
- 1)  $I_{eq}(f)$  est clairement corrélé à  $E_{eq}(f)$ !
- 2)  $I_{eq}(f)$  ne devient important qu'à hautes fréquences. Pour des applications d'instrumentation à fréquence moyenne, on le néglige toujours, ce que nous ferons par la suite.

### I.2.2 Etude en bruit de l'étage différentiel

Du point de vue petits signaux, nous continuons à considérer que la source de courant  $I_B$  polarisant l'étage est parfaite, conduisant à un gain de mode commun nul. Dans ce cas, l'étage différentiel peut être vu comme un quadripôle dont l'entrée est  $\varepsilon$  et la sortie  $v_{out}$  :



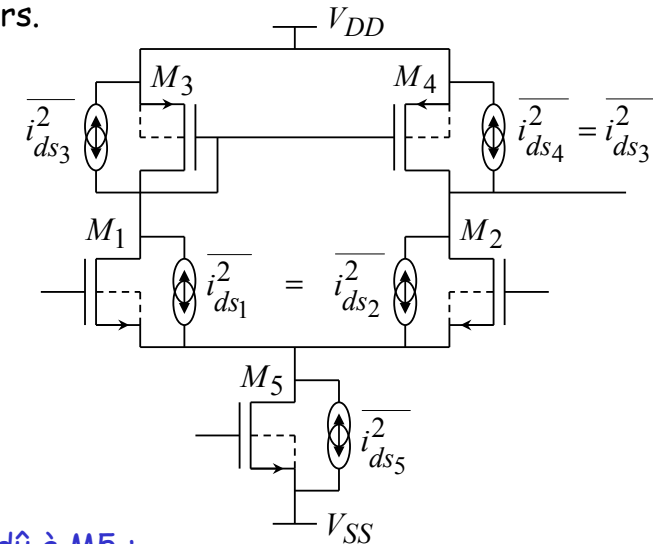
Son modèle de bruit est alors obtenu classiquement en calculant les deux sources de bruit équivalentes en entrée :



Comme toujours, pour un étage en technologie CMOS, on montre facilement que  $I_{eq}$  ne prend de l'importance qu'à hautes fréquences.

Nous n'allons donc calculer que  $E_{eq}$ , en se plaçant à basses fréquences.

Nous introduisons dans le schéma toutes les sources de bruit. Comme nous commençons à être habituer aux calculs de bruit, nous allons directement travailler à partir du schéma à base de transistors.



#### a) Bruit dû à M5 :

Pour cette étude, nous allons considérer qu'au courant de polarisation  $I_B$  s'additionne le petit courant de bruit  $i_{ds5}$  (pris par convention dans le même sens que  $I_B$ ).

Lors de l'étude du point de polarisation, nous avons vu que le potentiel sur le drain de M4 est nécessairement égal au potentiel sur le drain de M3 (c.f. cours de TC). Ceci reste évidemment vrai à basses fréquences.

Ainsi, si  $V_{GS30}$  représente le  $V_{GS}$  de M3 pour un courant dans M3 égal à  $I_B/2$ , nous avons :

$$\begin{aligned}\frac{I_B + i_{ds5}}{2} &= \frac{1}{2} \cdot K P_p \cdot \frac{W_3}{L_3} \cdot (V_{GS0} + v_{out} - V_{T_p})^2 \cdot [1 - \lambda_3 \cdot (V_{GS0} + v_{out})] \\ \frac{I_B + i_{ds5}}{2} &= \frac{1}{2} K P_p \frac{W_3}{L_3} (V_{GS0} - V_{T_p})^2 \left(1 + \frac{v_{out}}{V_{GS0} - V_{T_p}}\right)^2 (1 - \lambda_3 V_{GS0}) \cdot \left(1 - \frac{\lambda_3 \cdot v_{out}}{1 - \lambda_3 V_{GS0}}\right) \\ &\equiv \frac{1}{2} \cdot K P_p \cdot \frac{W_3}{L_3} \cdot (V_{GS0} - V_{T_p})^2 \cdot (1 - \lambda_3 \cdot V_{GS0}) \cdot \underbrace{\left(1 + \frac{2 \cdot v_{out}}{V_{GS0} - V_{T_p}}\right)}_{\equiv \left(1 + \frac{2 \cdot v_{out}}{V_{GS0} - V_{T_p}} - \lambda_3 \cdot v_{out}\right)} \cdot \left(1 - \frac{\lambda_3 \cdot v_{out}}{1 - \lambda_3 \cdot V_{GS0}}\right) \\ &\equiv \frac{I_B}{2} + \underbrace{K P_p \cdot \frac{W_3}{L_3} \cdot (V_{GS0} - V_{T_p})^2 \cdot (1 - \lambda_3 \cdot V_{GS0}) \cdot v_{out}}_{-g_{m3}} - \underbrace{\lambda_3 \cdot \frac{I_B}{2} \cdot v_{out}}_{g_{ds3}} \\ \frac{I_B + i_{ds5}}{2} &= \frac{I_B}{2} - (g_{m3} + g_{ds3}) \cdot v_{out} \Rightarrow \overline{v_{out}^2} = \frac{1}{4 \cdot (g_{m3} + g_{ds3})^2} \cdot \overline{i_{ds5}^2}\end{aligned}$$

En ne tenant compte que du bruit thermique :

$$\overline{v_{out}^2} = \frac{8}{3} \cdot k \cdot T \cdot \frac{g_{m5}}{4 \cdot (g_{m3} + g_{ds3})^2} \equiv \frac{8}{3} \cdot k \cdot T \cdot \frac{g_{m5}}{4 \cdot g_{m3}^2}$$



M5 contribue très peu au bruit en sortie!

D'autre part, le gain entre l'entrée différentielle et la sortie est donné par :

$$\frac{v_{out}}{\varepsilon} = - \frac{g_{m1}}{g_{ds1} + g_{ds3}}$$

Ainsi, ramené à l'entrée, le bruit dû à M5 est négligeable.

Remarque : Pour une structure à entrée et sortie différentielles, le bruit de M5 en sortie est parfaitement nul!

### b) Bruit dû à M1, M2, M3, M4 :

Les courants de bruit  $i_{ds1}$  et  $i_{ds3}$  sont miroités dans la branche M2/M4 par le miroir de courants M3/M4. D'autre part, les courants de bruit  $i_{ds2}$  et  $i_{ds4}$  se trouvent tel quel dans la branche M2/M4. Ces sources étant décorrélées, la puissance du courant de bruit dans la branche M2/M4 est donnée par :

$$\overline{i_{2/4}^2} = \overline{i_{ds1}^2} + \overline{i_{ds2}^2} + \overline{i_{ds3}^2} + \overline{i_{ds4}^2} = 2 \cdot \overline{i_{ds1}^2} + 2 \cdot \overline{i_{ds3}^2} = \frac{16}{3} \cdot k \cdot T \cdot (g_{m1} + g_{m3})$$

En ne tenant compte que du bruit thermique

Ce courant passe à travers la résistance  $r_{ds2} // r_{ds4}$  pour fournir la tension de bruit en sortie :

$$\overline{v_{out}^2} = \frac{2 \cdot \overline{i_{ds1}^2} + 2 \cdot \overline{i_{ds3}^2}}{(g_{ds1} + g_{ds3})^2} = \frac{16}{3} \cdot k \cdot T \cdot \frac{g_{m1} + g_{m3}}{(g_{ds1} + g_{ds3})^2}$$

En ne tenant compte que du bruit thermique

Ainsi ramené sur l'entrée différentielle, la tension de bruit équivalente est donnée par :

$$E_{eq} = \left( \frac{g_{ds1} + g_{ds3}}{g_{m1}} \right)^2 \cdot \frac{2 \cdot \overline{i_{ds1}^2} + 2 \cdot \overline{i_{ds3}^2}}{(g_{ds1} + g_{ds3})^2} = 2 \cdot \frac{\overline{i_{ds1}^2} + \overline{i_{ds3}^2}}{g_{m1}^2}$$

En ne tenant compte que du bruit thermique :

$$E_{eq} = \frac{16}{3} \cdot k \cdot T \cdot \frac{1}{g_{m1}} \left( 1 + \frac{g_{m3}}{g_{m1}} \right)$$

En ne tenant compte  
que du bruit thermique

➡ Le bruit de l'étage différentielle est deux fois supérieur au bruit d'un étage de gain simple.

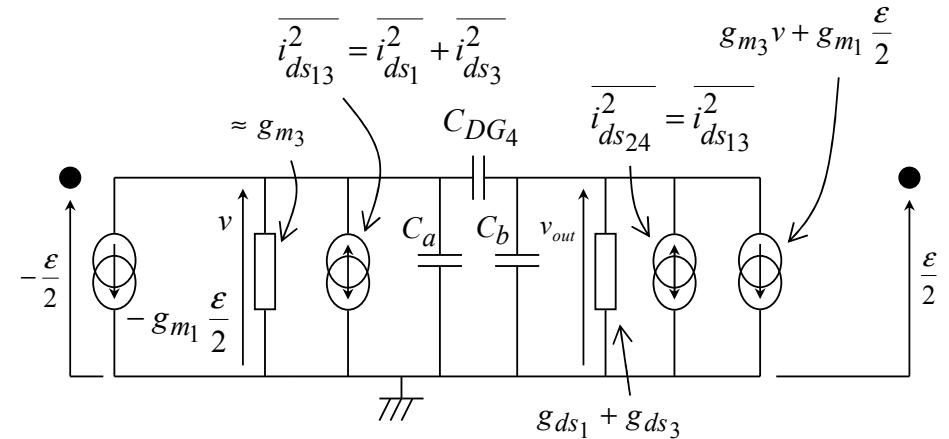
### Remarque :

Il est intéressant de choisir  $g_{m3} \ll g_{m1}$  pour minimiser le bruit dû à M3/M4.

Nous avons aussi vu que cela allait dans le sens de la réduction de l'offset aléatoire (c.f. cours de TC).

### Exercice :

En partant du schéma petits signaux de l'étage différentiel incluant les capacités, schéma vu en cours de TC et rappelé ci-dessous,



avec  $C_a = C_{DS1} + C_{DS3} + 2 \cdot C_{GS3}$  et  $C_b = C_{DS1} + C_{DS3} + C_L$

montrez que le bruit en tension équivalent en entrée est donné par :

$$E_{eq} = \frac{1}{g_{m1}^2} \cdot \frac{\left| 1 - s \frac{C_{DG4}}{g_{m3}} \right|^2 + \left| 1 + s \frac{C_a + C_{DG4}}{g_{m3}} \right|^2}{\left| 1 + s \frac{C_a}{2g_{m3}} \right|^2} \cdot \overline{i_{ds13}^2}$$

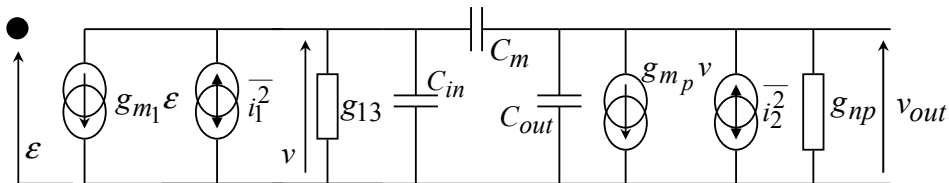
➡ En déduire qu'il n'est pas nécessaire de considérer les capacités dans le calcul du bruit.

### I.2.3 Etude en bruit de l'OTA Miller

Le bruit de l'OTA Miller se calcule en considérant les sources de bruit de chacun des huit transistors.

On remarque tout d'abord que le courant de bruit de M6 est miroité dans M5 et s'additionne au courant de bruit de M5. Le courant de bruit résultant subit le même traitement que le courant de bruit de M5 dans un étage différentiel. Sa contribution au bruit total sera donc très faible et nous le négligerons dans ce qui suit.

Le schéma incluant les sources de bruit est donné par (l'étage différentiel étant représenté par son modèle basses fréquences, i.e. on néglige les capacités sur le drain de M1 et M3 en raison de l'exercice qui précède) :



où l'on a noté :  $\overline{i_1^2} = \overline{i_{ds1}^2} + \overline{i_{ds2}^2} + \overline{i_{ds3}^2} + \overline{i_{ds4}^2} = 2 \cdot \overline{i_{ds1}^2} + 2 \cdot \overline{i_{ds3}^2}$

le courant de bruit en sortie de l'étage différentiel,

$\overline{i_2^2} = \overline{i_n^2} + \overline{i_p^2}$  le courant de bruit dû à l'étage de gain,

$g_{13} = g_{ds1} + g_{ds3}$  et  $g_{np} = g_{dsn} + g_{dsp}$

Après quelques calculs, on trouve pour la tension de bruit en sortie ( $\varepsilon = 0$ ) :

$$\overline{v_{out}^2} = \frac{\left| g_{mp} - s \cdot C_m \right|^2 \cdot \overline{i_1^2} + \left| g_{13} + s \cdot (C_{in} + C_m) \right|^2 \cdot \overline{i_2^2}}{\left[ \underbrace{g_{np} + s(C_m + C_{out})}_{g_{13} \cdot g_{np} \cdot (1-s/p_d) \cdot (1-s/p_{nd})} \cdot \left( g_{13} + s(C_{in} + C_m) \right) + s C_m (g_{mp} - s C_m) \right]^2}$$

Soit encore :

Un nouveau zéro :  $p'_z = -\frac{g_{13}}{C_{in} + C_m}$

$$\overline{v_{out}^2} = \underbrace{|A_v(s)|^2}_{\text{Gain de l'OTA}} \cdot \underbrace{\frac{\overline{i_1^2}}{g_{m1}^2}}_{\text{Gain statique du second étage}} + A_{v20}^2 \cdot \left| \frac{1 + s \cdot \frac{C_{in} + C_m}{g_{13}}}{(1-s/p_d) \cdot (1-s/p_{nd})} \right|^2 \cdot \frac{\overline{i_2^2}}{g_{mp}^2}$$

Gain de l'OTA

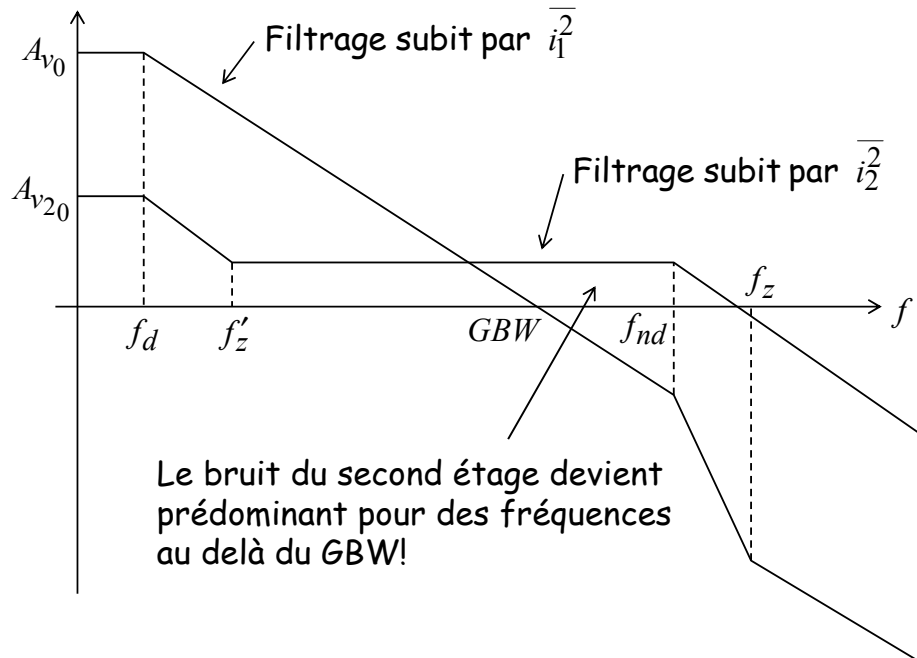
Gain statique du second étage

➡ En sortie, le bruit de l'étage différentiel se retrouve filtré par la fonction de transfert de l'OTA.

➡ En revanche, le bruit du second étage se trouve lui aussi filtré mais avec une fonction de transfert possédant un zéro assez dominant!

La plupart du temps, ce zéro se trouve en deçà du GBW, et c'est le bruit de l'étage différentiel qui prédomine autour du GBW et au delà :





Néanmoins, bien souvent, on ne considère que le bruit de l'étage différentiel car dans une chaîne instrumentale, par exemple, on trouve la plupart du temps un filtre passe-bas qui coupe avant le GBW. Ainsi en sortie de la chaîne, le bruit dû au second étage est coupé.

Attention toutefois car tout dépend du système dans lequel est inclus l'OTA!

### Remarque :

Le bruit en  $1/f$  dû à l'étage de sortie est toujours négligeable par rapport au bruit en  $1/f$  dû à l'étage différentiel, car les bruit en  $1/f$  ne sont importants qu'à basses fréquences.

Pour le bruit thermique, tout dépend si on est au delà, ou en deçà du GBW.

### Bruit équivalent en entrée :

Il suffit de diviser le bruit en sortie par le module au carré de  $A_v(f)$  :

$$\overline{E_{eq}(s)} = \frac{\overline{i_1^2}}{g_{m1}^2} + \frac{1}{A_{v10}^2} \cdot \left| \frac{1 - s \cdot \frac{g_{mp}}{C_m}}{1 + s \cdot \frac{C_{in} + C_m}{g_{l3}}} \right|^2 \cdot \frac{\overline{i_2^2}}{g_{mp}^2} \cong \frac{\overline{i_1^2}}{g_{m1}^2}$$

pour  $f < GBW$

### Exercice :

Calculez le bruit ramené en entrée en considérant aussi toutes les capacités de l'étage différentiel et montrez que pour des fréquences inférieures au GBW, les conclusions précédentes restent valides, i.e. le bruit provient principalement du bruit à basses fréquences de l'étage différentiel d'entrée.

suite



## II Premier dimensionnement de l'OTA de polarisation

### II.1 Choix de la topologie

Un OTA Miller devrait suffire pour remplir le cahier des charges demandé par l'AOP de polarisation.

$$\text{Bruit} < 5 \cdot 10^{-12} V^2 \text{ sur } [10^{-5}, 500 \text{ Hz}]$$

$$\text{CMR}_{\pm} \geq \pm 0,25V$$

$$\text{OUT}_{\pm} \geq \pm 1,1V$$

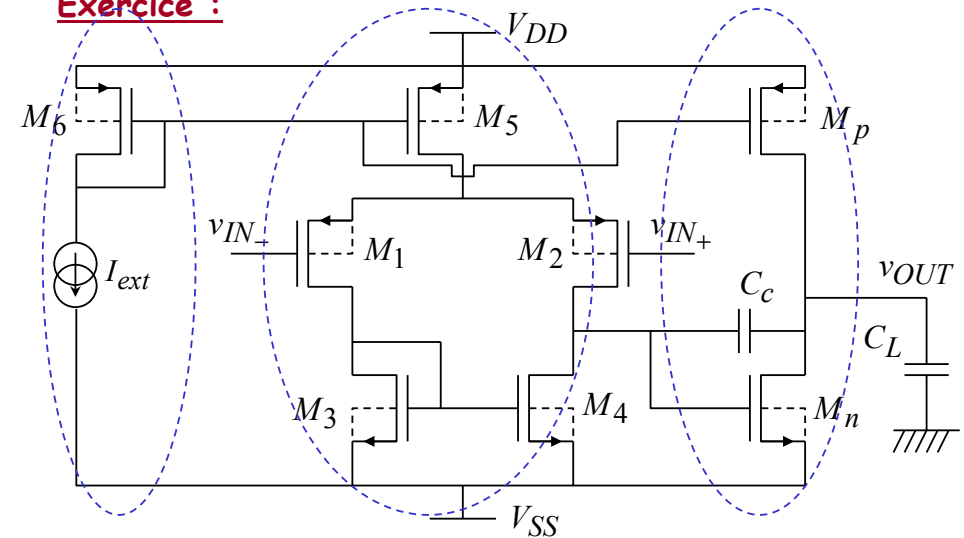
$$\text{GBW} \geq 2 \text{ MHz}$$

$$A_{v0} \geq 5000 = 74 \text{ dB}$$

$$\text{Offset} \leq \pm 5 \text{ mV}$$

D'autre part, pour améliorer le PSSR par rapport à  $V_{DD}$ , il est intéressant d'utiliser une structure d'OTA entrant sur des PMOS. En effet, en plaçant les deux PMOS de la paire différentiel d'entrée dans un unique caisson N et en reliant leur sources communes au caisson (bulk des PMOS), on évite un couplage direct du bulk de ces PMOS avec  $V_{DD}$ . Ceci n'aurait pas été possible avec une paire de NMOS car notre technologie est sur substrat P. Ainsi, tous les NMOS sont placés dans le même substrat et leurs bulks sont donc nécessairement reliés à  $V_{SS}$  (potentiel du substrat P).

### Exercice :



Montrez que pour l'OTA Miller entrant sur des PMOS et présenté ci-dessus, le jeu d'équations traduisant les caractéristiques requises par l'OTA de polarisation peut s'exprimer comme suit :

### a) Equations des caractéristiques larges signaux et point de polarisation :

$$\begin{aligned} \text{CMR}_{+} &= V_{DD} + V_{T_p} - \sqrt{\frac{2 \cdot I_5}{K_{P_p} \cdot W_5 / L_5}} - \sqrt{\frac{I_5}{K_{P_p} \cdot W_1 / L_1}} \\ &= V_{DD} + V_{T_p} + V_{DS_{sat}}(M_5) + V_{DS_{sat}}(M_1) \end{aligned}$$

$$CMR_- = V_{SS} + V_{T_p} + V_{T_n} + \sqrt{\frac{I_5}{KP_n \cdot W_3 / L_3}}$$

$$= V_{SS} + V_{T_p} + V_{T_n} + V_{DS_{sat}}(M_3)$$

$$OUT_- = V_{SS} + \sqrt{\frac{2 \cdot I_p}{KP_n \cdot W_n / L_n}} \quad OUT_+ = V_{DD} - \sqrt{\frac{2 \cdot I_p}{KP_p \cdot W_p / L_p}}$$

$$I_p = \frac{W_n / L_n}{W_3 / L_3} \cdot \frac{I_5}{2} \Leftrightarrow V_{GS}(M_3) = V_{GS}(M_n)$$

### b) Equations des caractéristiques petits signaux (fonctionnement linéaire limité à l'ordre 1) :

$$A_{v1} = -\frac{g_{m1}}{g_{ds1} + g_{ds3}} = -\frac{\sqrt{KP_p \cdot \frac{W_1}{L_1} \cdot I_5}}{\frac{I_5}{2} \cdot \left( \frac{1}{V_{E_p} \cdot L_1} + \frac{1}{V_{E_n} \cdot L_3} \right)}$$

$$A_{v2} = -\frac{g_{m_n}}{g_{ds_n} + g_{ds_p}} = -\frac{\sqrt{2 \cdot KP_n \cdot \frac{W_n}{L_n} \cdot I_p}}{I_p \cdot \left( \frac{1}{V_{E_n} \cdot L_n} + \frac{1}{V_{E_p} \cdot L_p} \right)}$$

$$GBW = \frac{g_{m1}}{2 \cdot \pi \cdot C_c} \text{ et } f_{nd} \cong \frac{g_{m_n}}{2 \cdot \pi \cdot C_{out}} \cong \frac{g_{m_n}}{2 \cdot \pi \cdot C_L} \text{ et } f_z = \frac{g_{m_n}}{2 \cdot \pi \cdot C_c}$$

$$PM \cong 90^\circ - \text{Arctg}\left(\frac{GBW}{f_{nd}}\right) - \text{Arctg}\left(\frac{GBW}{f_z}\right)$$

### c) Equations des caractéristiques de bruit :

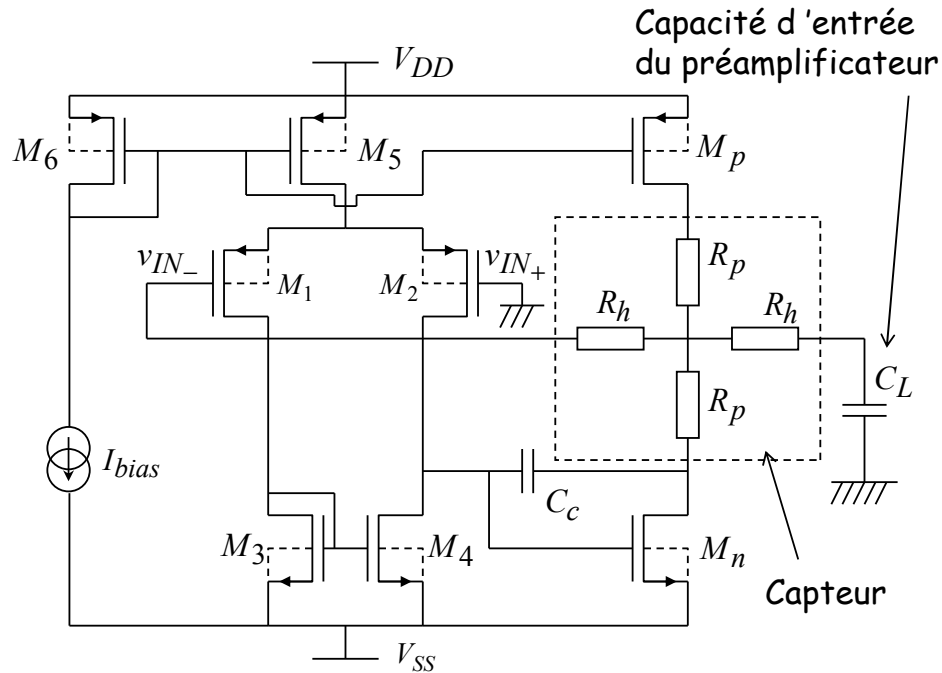
$$\overline{E_{eqth}^2} = \frac{16}{3} \cdot \frac{kT}{g_{m1}} \left( 1 + \frac{g_{m3}}{g_{m1}} \right) = \frac{16}{3} \cdot \frac{k \cdot T}{\sqrt{KP_p \cdot W_1 / L_1} \cdot I_5} \cdot \left( 1 + \sqrt{\frac{KP_n \cdot W_3 / L_3}{KP_p \cdot W_1 / L_1}} \right)$$

$$\overline{E_{eq1/f}^2} = 2 \cdot \frac{\overline{i_{ds1}^2} + \overline{i_{ds3}^2}}{g_{m1}^2} = \frac{2}{g_{m1}^2} \cdot \left[ \frac{KF_p \cdot (I_5 / 2)^{AF_p}}{C_{ox} \cdot L_1^2 \cdot f} + \frac{KF_n \cdot (I_5 / 2)^{AF_n}}{C_{ox} \cdot L_3^2 \cdot f} \right]$$

$$\overline{E_{eq}^2} = \overline{E_{eqth}^2} + \overline{E_{eq1/f}^2}$$

D'autre part, il paraît judicieux d'utiliser le courant  $I_p$  de polarisation de l'étage de sortie pour polariser aussi le capteur. On insère alors ce dernier dans l'étage de sortie qui sera donc polarisé par un courant  $I_p = 1\text{mA}$ .

N.B.: Ce choix est compatible avec notre choix de dynamique de sortie de  $\pm 1,1\text{V}$ .



Le courant imposé par  $M_p$  polarise le capteur. Il nous faut donc choisir  $I_p = 1\text{mA}$  (pour que le capteur ait la sensibilité voulue  $80\text{ mV/T}$ ). Notons que les deux résistances  $R_p = 900\Omega$  entraînent alors une chute de potentiel aux bornes des contacts de polarisation du capteur, soit  $\pm 900\text{mV}$ . Comme le potentiel  $v_{IN-}$  est maintenu à  $0\text{V}$  (masse virtuelle), ceci entraîne que le potentiel au point milieu du capteur est aussi de  $0\text{V}$ . Par conséquent, le potentiel sur le drain de  $M_p$  est de  $0,9\text{V}$  et celui sur le drain de  $M_n$  de  $-0,9\text{V}$ .

## II.2 Calcul manuel des dimensions de l'OTA de polarisation

La connaissance du courant  $I_p$  et la condition sur  $OUT_+$  nous permettent de calculer des dimensions pour  $M_p$  :

$$OUT_+ \leq V_{DD} - \sqrt{\frac{2 \cdot I_p}{K P_p \cdot W_p / L_p}} \Rightarrow \frac{W_p}{L_p} \geq \frac{2 \cdot I_p}{K P_p \cdot (V_{DD} - OUT_+)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{W_p}{L_p} \geq \frac{2 \cdot 10^{-3}}{46 \cdot 10^{-6} \cdot (1,65 - 1,1)^2} = 143,73$$

Afin de minimiser la surface occupée par  $M_p$ , on choisit  $L_p = 0,35\text{ }\mu\text{m}$ . Ainsi :

$$\Rightarrow \frac{W_p}{L_p} = \frac{50,3}{0,35} \quad \text{et} \quad V_{DS_{sat}}(M_p) = -\sqrt{\frac{2 \cdot I_p}{K P_p \cdot W_p / L_p}} = -0,55\text{V}$$

De même, la connaissance de  $I_p$  et la condition sur  $OUT_-$  permettent de dimensionner  $M_n$  :

$$OUT_- \geq V_{SS} + \sqrt{\frac{2 \cdot I_p}{K P_n \cdot W_n / L_n}} \Rightarrow \frac{W_n}{L_n} \geq \frac{2 \cdot I_p}{K P_n \cdot (OUT_- - V_{SS})^2}$$

$$\Rightarrow \frac{W_n}{L_n} \geq \frac{2 \cdot 10^{-3}}{122 \cdot 10^{-6} \cdot (-1,1 + 1,65)^2} = 54,19 \quad \Rightarrow \quad \frac{W_n}{L_n} = \frac{19}{0,35}$$

Le bruit de l'AOP ramené en entrée doit être inférieur à  $5 \cdot 10^{-12} \text{ V}^2$  sur la bande utile. En raison du gain de l'étage différentiel, le bruit ramené en entrée de l'étage de sortie est négligeable. Nous avons vu qu'il pouvait être important pour des fréquences au voisinage du GBW de l'AOP. Cependant, notre chaîne instrumentale possède un filtre antipliement qui coupe à 1,68KHz, bien en deçà du GBW de l'AOP. Ainsi, nous pouvons considérer comme négligeable le bruit dû à l'étage de sortie. Le bruit de l'AOP provient donc uniquement de l'étage différentiel d'entrée. Il est constitué d'un bruit thermique associé à un bruit en  $1/f$ .

Le bande utile étant à assez basses fréquences [0,500Hz], le bruit en  $1/f$  risque de prédominer. Ainsi, parmi les  $5 \cdot 10^{-12} \text{ V}^2$  de bruit permis en entrée sur [10<sup>-5</sup>,500Hz], nous allouerons  $4 \cdot 10^{-12} \text{ V}^2$  au bruit en  $1/f$  et  $1 \cdot 10^{-12} \text{ V}^2$  au bruit thermique.

$$\Rightarrow \langle E_{eqth}^2 \rangle = \frac{16}{3} \cdot \frac{k \cdot T}{g_{m1}} \cdot \left( 1 + \frac{g_{m3}}{g_{m1}} \right) \cdot B_{Hz} \leq 1 \cdot 10^{-12} \text{ V}^2 / \text{Hz}$$

Bande de 500Hz

D'autre part, l'annulation de l'offset systématique impose que :

$$V_{DSsat}(M_3) = V_{DSsat}(M_n) = 1,65V - 1,1V = 550mV$$

$$CMR_- = V_{SS} + V_{Tp} + V_{Tn} + V_{DSsat}(M_3) = -1,65 - 0,683 + 0,483 + 0,55$$

$$CMR_- = -1,3V < -0,25V$$

On sait aussi que les transistors M1 et M3 sont polarisés par le même courant  $I_5/2$ . Par conséquent :

$$\frac{g_{m3}}{g_{m1}} = \frac{\frac{2 \cdot \frac{I_5}{2}}{V_{GS3} - V_{Tn}}}{\frac{2 \cdot \frac{I_5}{2}}{V_{GS1} - V_{Tp}}} = \frac{V_{GS1} - V_{Tn}}{V_{GS3} - V_{Tp}} = \frac{V_{DSsat}(M_1)}{V_{DSsat}(M_3)}$$

On choisit de polariser M1 à la limite entre l'inversion modérée et l'inversion forte pour avoir un fort  $g_{m1}$ , sans trop de courant de polarisation, soit  $V_{DSsat}(M_1) = 100mV$ .

$$\text{Ainsi, } \frac{g_{m3}}{g_{m1}} = \frac{V_{DSsat}(M_1)}{V_{DSsat}(M_3)} = \frac{100}{550}, \text{ et l'on a :}$$

$$\Rightarrow \langle E_{eqth}^2 \rangle = \frac{16}{3} \cdot \frac{k \cdot T}{g_{m1}} \cdot \left( 1 + \frac{100}{550} \right) \times 500 \leq 1 \cdot 10^{-12} \text{ V}^2 / \text{Hz}$$

$$\Rightarrow g_{m1} \geq 12,59 \mu S$$

Choisissons  $g_{m1} = 12,6 \mu S$ , nous pouvons alors calculer la valeur à donner à la capacité de compensation pour avoir un GBW de 2MHz :

$$GBW = \frac{g_{m1}}{2 \cdot \pi \cdot C_c} \Rightarrow C_c = \frac{g_{m1}}{2 \cdot \pi \cdot GBW} = \frac{12,6 \cdot 10^{-6}}{2 \times \pi \times 2 \cdot 10^6} = 1pF$$

D'autre part, pour le CMR+, nous avons :

$$CMR_+ = V_{DD} + V_{DSsat}(M_5) + V_{T_p} + V_{DSsat}(M_1) = 1,65 - 0,55 - 0,683 - 0,1 = 0,317V > 0,25V$$

La condition sur le CMR+ est donc vérifiée. Si ça n'avait pas été le cas, il nous aurait fallu diminué le  $V_{DSsat}(M_5)$ , donc celui de  $M_p$  aussi,...

On peut maintenant calculer le courant  $I_5$ , puis les rapports W/L des paires de transistors M1/M2 et de M3/M4 :

$$g_{m1} = 12,6\mu S = \frac{2 \times \frac{I_5}{2}}{V_{DSsat}(M_1)} = \frac{I_5}{0,1} \Rightarrow I_5 = 1,26\mu A$$

$$V_{DSsat}(M_1) = 0,1V = \sqrt{\frac{2 \cdot I_5 / 2}{K P_p \cdot W_1 / L_1}} \Rightarrow \frac{W_1}{L_1} = \frac{1,26}{46 \times 0,01} = 2,74$$

$$V_{DSsat}(M_3) = 0,55V = \sqrt{\frac{2 \cdot I_5 / 2}{K P_n \cdot W_3 / L_3}} \Rightarrow \frac{W_3}{L_3} = \frac{1,26}{122 \times 0,55^2} = 0,034$$

Pour l'instant nous ne donnons pas de dimensions définitives à M1/M2 et M3/M4 car le bruit en 1/f de l'OTA dépend des  $L^2$  des transistors ! Ce bruit est donné par :

$$\overline{E_{eq1/f}^2} = 2 \cdot \frac{\overline{i_{ds1}^2} + \overline{i_{ds3}^2}}{g_{m1}^2} = \frac{2}{g_{m1}^2} \cdot \left[ \frac{K F_p \cdot (I_5 / 2)^{A F_p}}{C_{ox} \cdot L_1^2 \cdot f} + \frac{K F_n \cdot (I_5 / 2)^{A F_n}}{C_{ox} \cdot L_3^2 \cdot f} \right]$$

Sur la bande utile de  $[10^{-5}, 500Hz]$ , la puissance de bruit en 1/f s'exprime donc :

$$\begin{aligned} \langle E_{eq1/f} \rangle &= \frac{2}{g_{m1}} \cdot \left( \int_{10^{-5}}^{500} \overline{i_{ds1}^2} \cdot df + \int_{10^{-5}}^{500} \overline{i_{ds3}^2} \cdot df \right) \\ &\downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\ &\frac{K F_p \cdot (I_5 / 2)^{A F_p}}{C_{ox} \cdot L_1^2} \times \ln\left(\frac{500}{10^{-5}}\right) \quad \quad \quad \frac{K F_n \cdot (I_5 / 2)^{A F_n}}{C_{ox} \cdot L_3^2} \times \ln\left(\frac{500}{10^{-5}}\right) \\ &\downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\ &\frac{2,208 \cdot 10^{-20}}{L_1^2} \text{ en } V^2 \quad \quad \quad \frac{6,88 \cdot 10^{-20}}{L_3^2} \text{ en } V^2 \\ &\downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\ \frac{2}{g_{m1}^2} &= \frac{2}{(12,6 \cdot 10^{-6})^2} = 1,26 \cdot 10^{10} usi \quad \quad \quad \text{où } L_i \text{ est en } \mu m. \end{aligned}$$

Le cahier des charges impose :

$$\langle E_{eq1/f} \rangle = \frac{2,78 \cdot 10^{-10}}{L_1^2} + \frac{8,67 \cdot 10^{-10}}{L_3^2} \leq 4 \cdot 10^{-12} V^2$$

On choisit par exemple d'équilibrer la « charge » sur chacun des deux termes :

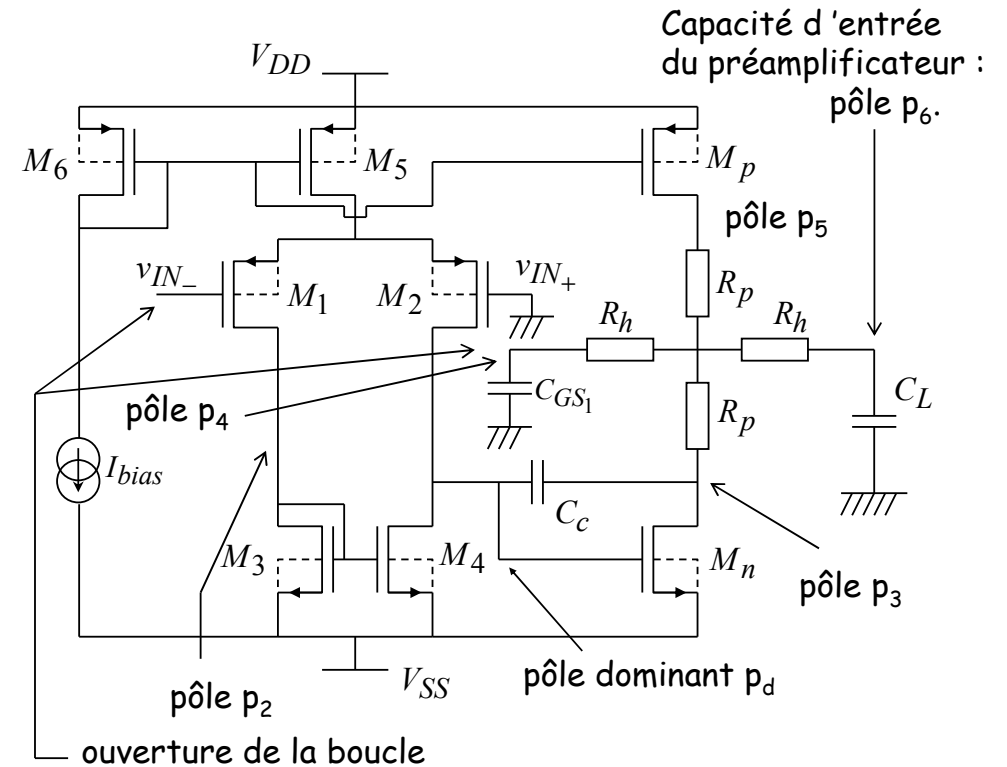
$$\frac{2,78 \cdot 10^{-10}}{L_1^2} \leq 2 \cdot 10^{-12} V^2 \Rightarrow L_1^2 \geq 139 \Rightarrow L_1 \geq 11,8$$

On choisit alors :  $L_1 = 12 \mu m$  et  $W_1 = 32,9 \mu m$

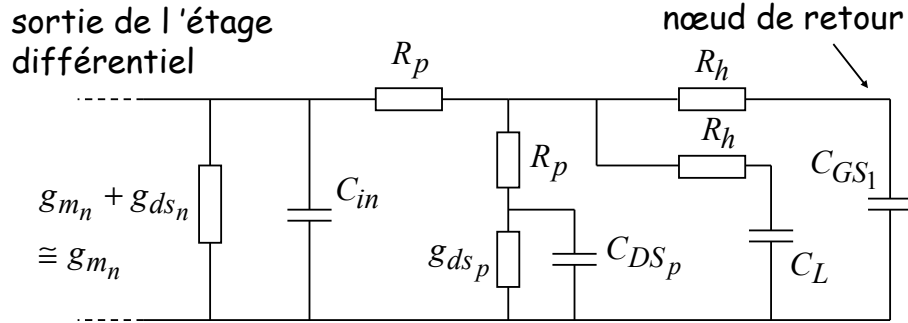
$$\frac{8,67 \cdot 10^{-10}}{L_3^2} \leq 2 \cdot 10^{-12} V^2 \Rightarrow L_3^2 \geq 433 \Rightarrow L_3 \geq 20,82$$

On choisit alors :  $L_3 = 21 \mu m$  et  $W_3 = 0,71 \mu m$

Il nous faut maintenant regarder la marge de phase de l'OTA pour savoir si ce dernier sera stable lorsqu'il sera bouclé en suiveur. L'introduction du capteur dans l'étage de sortie modifie quelque peu le nombre et la position des pôles liés à cet étage. Nous avons la situation suivante :



En fait, dès que la fréquence est proche du GBW, l'impédance de la capacité de compensation  $C_c$  est si faible (il y a pôle splitting) que  $M_n$  se comporte comme s'il était monté en diode ( $C_c =$  un fil). Dans ce cas, le modèle petits signaux de l'étage de sortie se réduit à :



$$C_{in} \cong C_{DS4} + C_{DS2} + C_{DSn} + C_{GSn}$$

L'étage Mn/Mp est polarisé avec un courant élevé (1mA), on a donc :

$$g_{m_n} = \frac{2 \times 1.10^{-3}}{0.55} = 3.4 \text{ mS}$$

$$g_{ds_n} = \frac{1.10^{-3}}{21 \times 0.35} = 136 \mu\text{S} \quad g_{ds_p} = \frac{1.10^{-3}}{27 \times 0.35} = 106 \mu\text{S}$$

D'autre part, nous pouvons calculer les valeurs de  $C_{GS1}$ ,  $C_{GS3}$  et  $C_{GSn}$  :

$$C_{GS1} = \frac{2}{3} \cdot C_{ox} \cdot W_1 \cdot L_1 = 0.67 \times 4.54 \times 12 \times 32.9 = 1200 \text{ fF} = 1.2 \text{ pF}$$

$$C_{GS3} = \frac{2}{3} \cdot C_{ox} \cdot W_3 \cdot L_3 = 0.67 \times 4.54 \times 21 \times 0.71 = 45.4 \text{ fF}$$

$$C_{GSn} = \frac{2}{3} \cdot C_{ox} \cdot W_n \cdot L_n = 0.67 \times 4.54 \times 19 \times 0.35 = 20 \text{ fF}$$

$$C_{GS_p} = \frac{2}{3} \cdot C_{ox} \cdot W_p \cdot L_p = 0.67 \times 4.54 \times 50.3 \times 0.35 = 53.6 \text{ fF}$$

et nous savons que le  $C_{DS}$  d'un TMOS est normalement plus petit que son  $C_{GS}$  ! Estimons par exemple que le  $C_{DS}$ , qui dépend de la surface (et du périmètre du drain) soit un tiers du  $C_{GS}$ , on a :

$$C_{DS2} = C_{DS1} \cong 0.33 \times 1.2 \text{ pF} = 400 \text{ fF}$$

$$C_{DS4} = C_{DS3} \cong 0.33 \times 45 \text{ fF} = 15 \text{ fF}$$

$$C_{DSn} \cong 0.33 \times 20 \text{ fF} \cong 7 \text{ fF} \quad C_{DS_p} \cong 0.33 \times 53.6 \text{ fF} \cong 18 \text{ fF}$$

Par conséquent, une estimation raisonnable de  $C_{in}$  est :

$$C_{in} \cong 15 + 400 + 7 + 20 \cong 450 \text{ fF}$$

N.B.: La vraie valeur de  $C_{in}$  dépendra du layout du circuit !

Pour finir, nous savons que l'étage différentiel d'entrée de l'OTA de préamplification sera le même que celui de l'OTA de polarisation en raison des contraintes en bruit qui sont les mêmes pour les deux ampops. Donc,  $C_L$ , qui représente la capacité d'entrée de l'OTA de préamplification sera égale à  $C_{GS1}$  :

$$C_L = C_{GS1} = 1.2 \text{ pF}$$

On a alors :

1) Fréquence de coupure associée au couple ( $g_{mn}, C_{in}$ )  
de l'ordre de :

$$f_a \approx \frac{g_{m_n}}{2 \cdot \pi \cdot C_{in}} = \frac{3,4 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot \pi \times 450 \cdot 10^{-15}} = 1,2 \text{GHz}$$

2) Fréquence de coupure associée au couple ( $g_{dsp}, C_{DSp}$ )  
de l'ordre de :

$$f_b \approx \frac{g_{dsp}}{2 \cdot \pi \cdot C_{DSp}} = \frac{106 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot \pi \times 18 \cdot 10^{-15}} = 937 \text{MHz}$$

3) Fréquence de coupure associée au couple ( $R_h, C_{GS1}$ )  
de l'ordre de :

$$f_c \approx \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R_h \cdot C_{GS1}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \times 1 \cdot 10^3 \times 1,2 \cdot 10^{-12}} = 132 \text{MHz}$$

3) Fréquence de coupure associée au couple ( $R_h, C_L$ )  
de l'ordre de :

$$f_d \approx \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R_h \cdot C_L} = \frac{1}{2 \cdot \pi \times 1 \cdot 10^3 \times 1,2 \cdot 10^{-12}} = 132 \text{MHz}$$

En toute rigueur, nous ne savons pas comment vont se « mélanger » ces diverses fréquences de coupure pour donner les fréquences de coupure réelles. Il faudrait faire le calcul de la fonction de transfert du système. Néanmoins, les fréquences de coupure réelles seront de l'ordre de celles que nous avons calculées, la plus faible étant de 132MHz !

➔ Les pôles liés à l'étage de sortie seront négligeables et ne vont pas induire une forte réduction de la marge de phase.

Il nous faut encore vérifier que le pôle sur le drain commun à M1 et M3 ne « gêne » pas du point de vue de la marge de phase.

On le néglige souvent, mais pour un design bas bruit les transistors de l'étage différentiel ont tendance à être gros afin de réduire le bruit en  $1/f$ . Les capacités parasites peuvent devenir grandes et le pôle associé non négligeable. Ici, sa fréquence de coupure vaut :

$$\begin{aligned} f_2 &= \frac{g_{m3}}{2 \cdot \pi \cdot (C_{DS1} + C_{DS3} + 2C_{GS3})} = \frac{0,18 \times g_{m1}}{2 \cdot \pi \cdot (400 + 15 + 2 \times 45,4) \cdot 10^{-15}} \\ &= \frac{0,18 \times 12,6 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot \pi \times 500 \cdot 10^{-15}} = 722 \text{kHz} < GBW = 2 \text{MHz} !!!!! \end{aligned}$$



Bien que ce pôle soit placé avant le GBW, le déphasage négatif est néanmoins compensé par le déphasage positif du zéro dans le plan de gauche se trouvant à une fréquence 2 fois plus grande que celle du pôle. Notre système a donc un pôle dominant déterminé par la capacité  $C_c$  rabattue par effet Miller, pôle se trouvant sur le nœud de sortie de l'étage différentiel, un pôle secondaire sur le drain commun à M1 et M3 (autre branche de l'étage différentiel), et un zéro dans le plan de gauche à 2 fois le pôle secondaire. Les pôles et le zéro de transmission dus à l'étage de sortie dans lequel est inséré le capteur sont négligeables, notamment en raison du très fort courant passant dans Mn et conduisant à un fort  $g_{mn}$ . La marge de phase de notre système s'exprime donc par :

$$PM \cong 90^\circ - \text{Arctg}\left(\frac{GBW}{f_2}\right) + \text{Arctg}\left(\frac{GBW}{2 \cdot f_z}\right)$$

$$= 90^\circ - \text{Arctg}\left(\frac{2}{0,722}\right) + \text{Arctg}\left(\frac{2}{1,444}\right) = 90^\circ - 70^\circ + 54,2^\circ = 74,2^\circ$$

Notre système sera donc stable grâce à la compensation du pôle secondaire par le zéro. Cette situation est typique d'un OTA bas bruit.

Il nous reste à vérifier que le gain statique de l'OTA est suffisant :

$$A_{v1} = \frac{\sqrt{KP_p \cdot \frac{W_1}{L_1} \cdot I_5}}{\frac{I_5}{2} \cdot \left( \frac{1}{V_{E_p} \cdot L_1} + \frac{1}{V_{E_n} \cdot L_3} \right)} = \frac{\sqrt{46 \times \frac{32,9}{12} \times 1,26}}{\frac{1,26}{2} \times \left( \frac{1}{21 \times 21} + \frac{1}{27 \times 12} \right)} = 4961$$

$$A_{v2} = \frac{\sqrt{2 \cdot KP_n \cdot \frac{W_n}{L_n} \cdot I_p}}{I_p \cdot \left( \frac{1}{V_{E_n} \cdot L_n} + \frac{1}{V_{E_p} \cdot L_p} \right)} = \frac{\sqrt{2 \times 122 \times \frac{19}{0,35} \times 1000}}{1000 \times \left( \frac{1}{21 \times 0,35} + \frac{1}{27 \times 0,35} \right)} = 15$$

$$A_{v0} = A_{v1} \cdot A_{v2} = 4961 \times 15 = 74415 > 5000$$

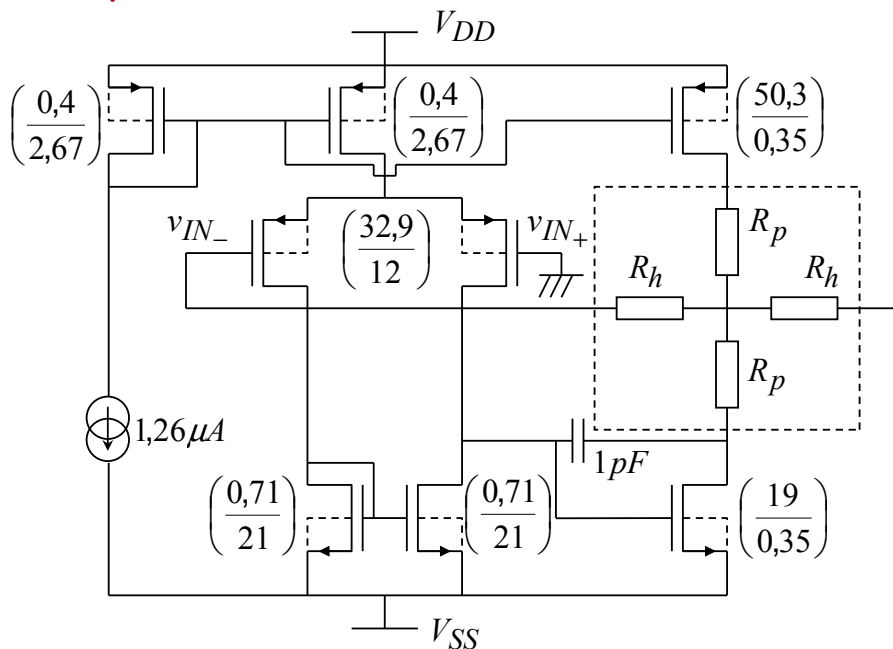
**N.B.:** Si le gain n'avait pas été suffisant, il aurait fallu multiplier par exemple par un même facteur les longueurs  $L_n$  et  $L_p$ , et multiplier aussi par ce même facteur  $W_n$  et  $W_p$  pour ne pas modifier le point de polarisation du circuit.

Nous devons encore calculer les dimensions de M5 et M6 :

$$I_5 = \frac{1}{2} \cdot KP_p \cdot \frac{W_5}{L_5} \cdot V_{DSat}^2(M_5) \Rightarrow \frac{W_5}{L_5} = \frac{2 \times 1,26}{46 \times 0,55^2} = 0,15 = \frac{0,4}{2,67}$$

Il suffit maintenant de choisir par exemple M5 et M6 identiques et d'imposer que  $I_{\text{bias}} = 1,26\mu\text{A}$ .

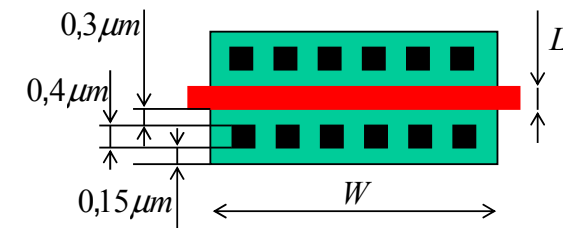
### Récapitulatif :



### Exercice 1 :

Lors du calcul du pôle secondaire (fréquence  $f_2$ ) et des pôles dus à l'étage de sortie, nous avons évalués la valeur des capacités  $C_{DS}$  à « grosso-modo »  $1/3$  de  $C_{GS}$ . A partir des paramètres de la technologie et en supposant que les

transistors sont dessinés en forme de I (dessin ci-dessous), déterminez les valeurs exactes des capacités  $C_{DS}$ . Il faudra auparavant avoir déterminé les potentiels de polarisation sur les divers nœuds du circuit afin de connaître la tension  $V_{DS}$  (tension inverse sur les diodes DB déterminant les capacités  $C_{DS}$ !).



### Exercice 2 : Dimensionnement de l'OTA de préamplification

- 1) Expliquez pourquoi l'on peut conserver, pour l'OTA de préamplification, l'étage différentiel que l'on vient de calculer pour l'OTA de polarisation.
- 2) La charge capacitive qui sera vue par le préamplificateur sera la capacité d'entrée  $C_{GS}$  de l'étage différentiel de l'amplificateur (qui sera lui aussi très certainement réalisé autour d'un OTA). Expliquez pourquoi cette charge capacitive sera beaucoup plus faible que  $C_{GS1} = 1,2\text{pF}$ . On choisira  $C_L = 250\text{fF}$  (par exemple).

3) Cet OTA doit être monté en amplificateur non inverseur et il verra aussi en sortie une charge résistive de  $100\text{K}\Omega$  (égale à  $R_1 + R_2$ ). Dimensionnez alors l'étage de sortie pour qu'il soit à même de fournir la courant nécessaire à cette charge pour des variations de  $v_{\text{OUT}}$  entre  $\text{OUT-}$  et  $\text{OUT+}$ .

4) Vérifiez que les diverses caractéristiques de l'OTA sont bien remplies. Notamment, pour calculer le gain statique, ne pas oublier d'inclure la charge résistive de  $100\text{K}\Omega$  en sortie!

**suite**

## PARTIE III

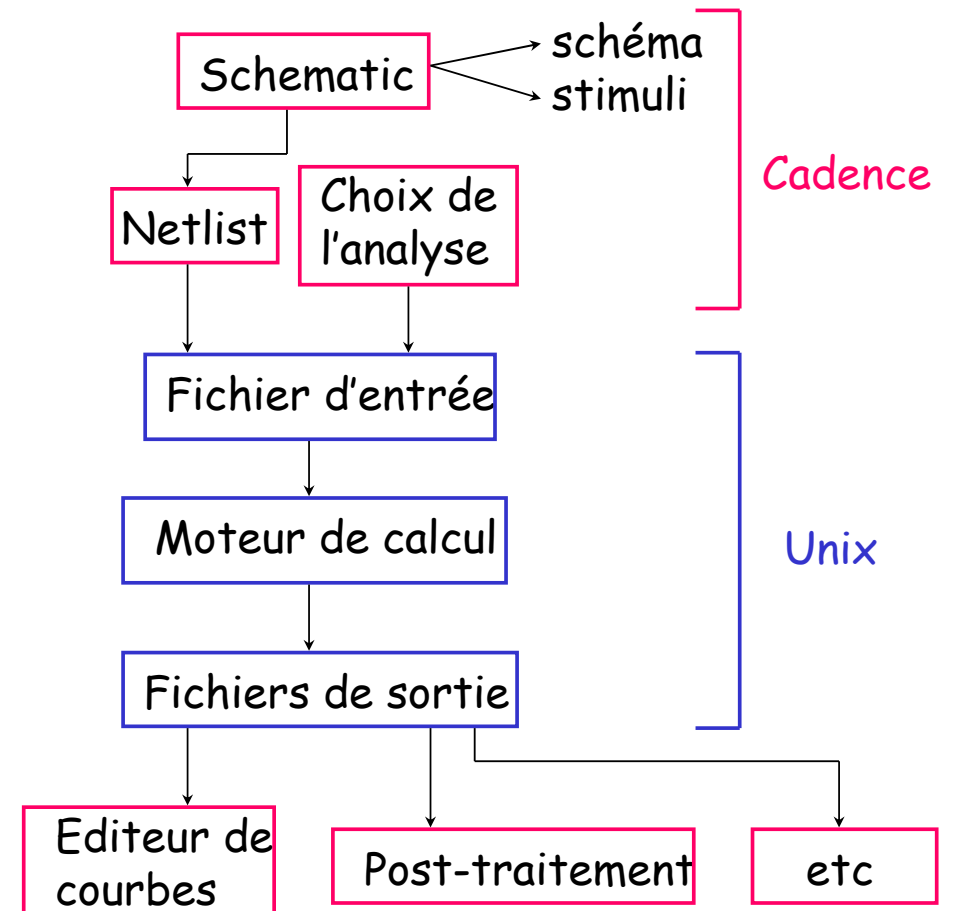
### PARTIE III : Outils de Conception

I - Simulation de circuits  
analogiques

II - Dessin des masques en  
analogique

## I Simulation de circuits analogiques

### I.1 Principe d'une simulation circuit



## I.2 Types d'analyse

### I.2.1 Principaux types d'analyse

- Point de polarisation (.OP)
- Caractéristique de transfert (.DC)
- Réponse temporelle «ou transitoire» (.TRAN)
- Réponse fréquentielle (.AC)
- Bruit (.NOISE)

#### Remarque :

Suivant le simulateur utilisé (CdsSpice, SpectreS, HSPICE, ELDO,...), il est possible de faire d'autres types d'analyse :

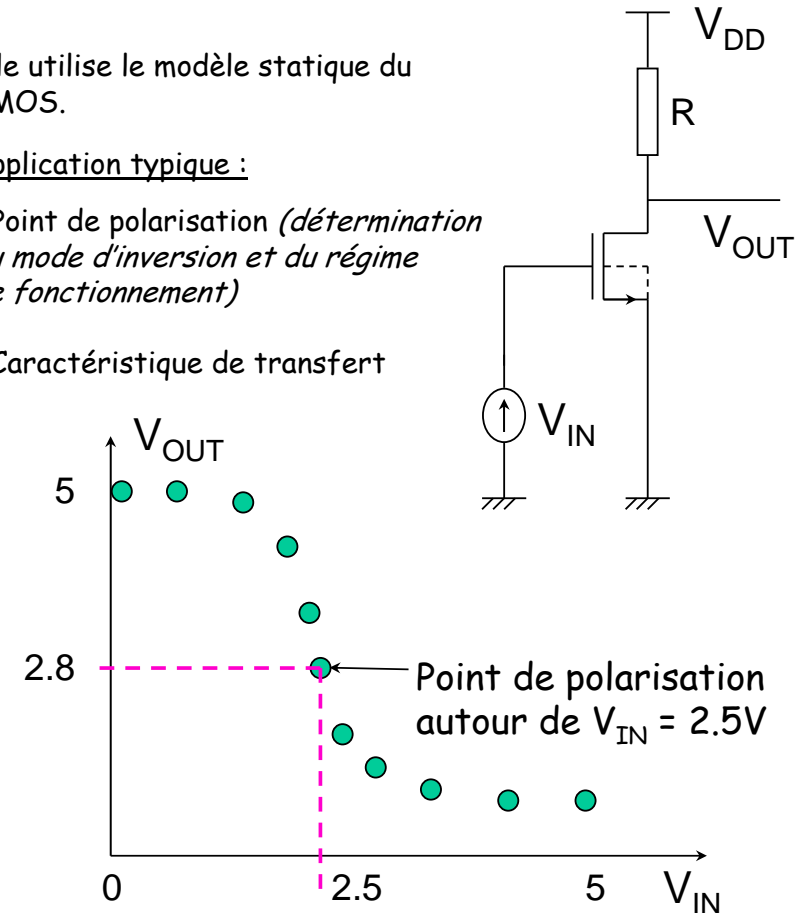
- analyse de Fourier
- calcul des pôles et zéros
- analyse en température
- analyse paramétrique (variation de la taille d'un transistor,...)

### I.2.2 Analyse OP ou DC

Elle utilise le modèle statique du TMOS.

#### Application typique :

- Point de polarisation (*détermination du mode d'inversion et du régime de fonctionnement*)
- Caractéristique de transfert



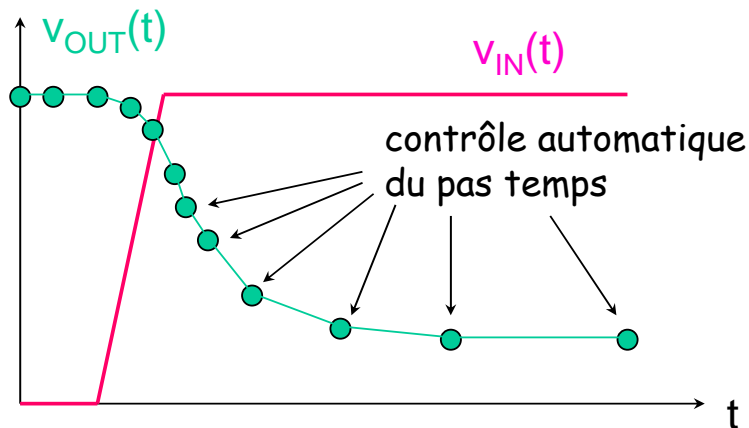
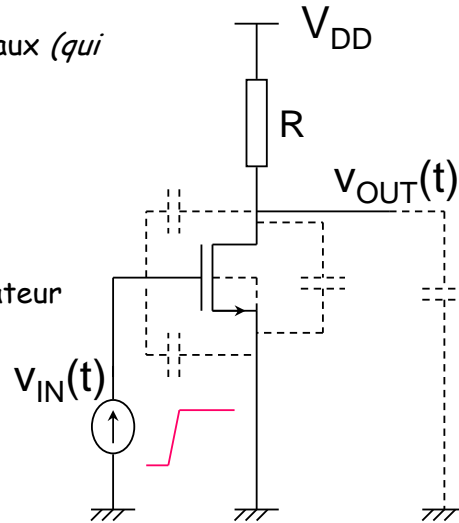
➡ Une simu DC = une suite de simus OP

### I.2.3 Analyse transitoire (TRAN)

Elle utilise le modèle larges signaux (qui inclue les capacités).

#### Applications typiques :

- slew-rate d'un ampli-op
- temps de réponse d'un comparateur
- temps de réponse d'une porte logique
- ...



#### Remarques :

- 1) La simulation transitoire tient compte des capacités
  - ➔ 1 capa  $C \Leftrightarrow$  1 résistance + 1 source de courant dont la valeur dépend de  $C$  et  $\Delta t$  (pas de temps)
  - ➔ une simulation transitoire = une suite de simulations OP à chaque pas de temps, avec les capacités remplacées par des couples résistance/source de courant
- 2) Réduction de la durée de simulation par contrôle automatique du pas de temps
- 3) Réglage des paramètres de convergence :
  - action sur la durée de simulation
  - action sur la précision des résultats
- 4) Choix de la méthode d'intégration
  - Backward Euler
  - Méthode des trapèzes
  - Gear Two

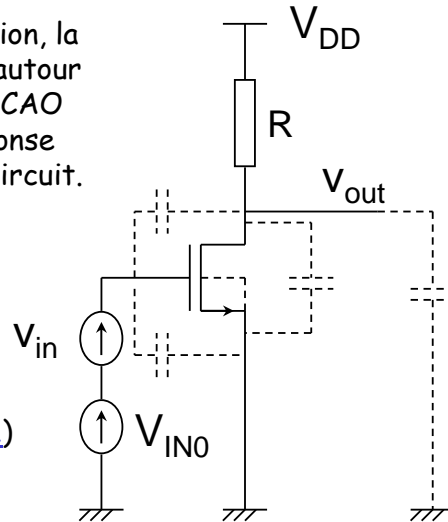
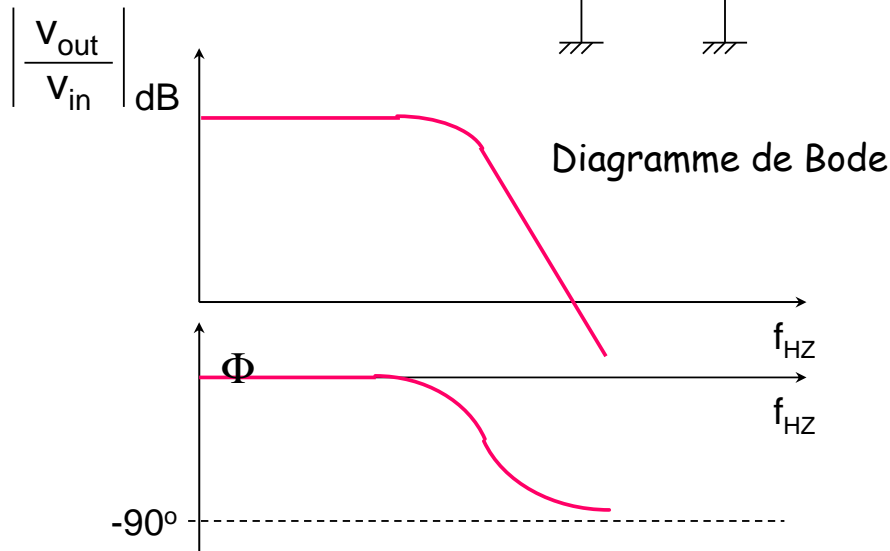
### I.2.4 Analyse fréquentielle (AC)

Après calcul du point de polarisation, la simulation AC linéarise le circuit autour de ce point en utilisant le modèle CAO petits signaux, puis calcule la réponse fréquentielle à chaque noeud du circuit.

N.B.: La source  $v_{in}$  petits signaux doit être de type ac!

#### Application typique:

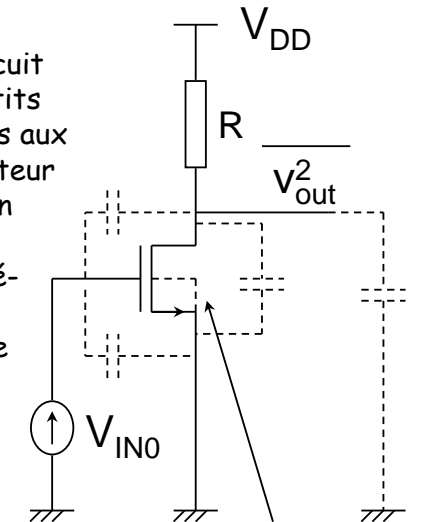
- diagramme de Bode (on choisit comme amplitude pour  $v_{in}$ ,  $|v_{in}| = 1$ )



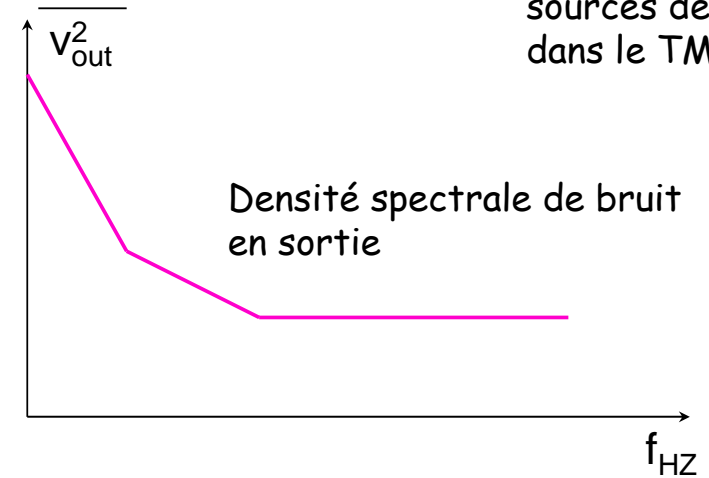
### I.2.5 Simulation du bruit

Autour du point de polarisation, le circuit est linéarisé (utilisation du modèle petits signaux). Les sources de bruit internes aux composants sont ajoutées et le simulateur calcule la densité spectrale de bruit en chaque noeud (ou sur le noeud précisé selon le simulateur). En général, on précise aussi une source (l'entrée) et le simulateur fournit la densité spectrale de bruit ramenée à l'entrée :

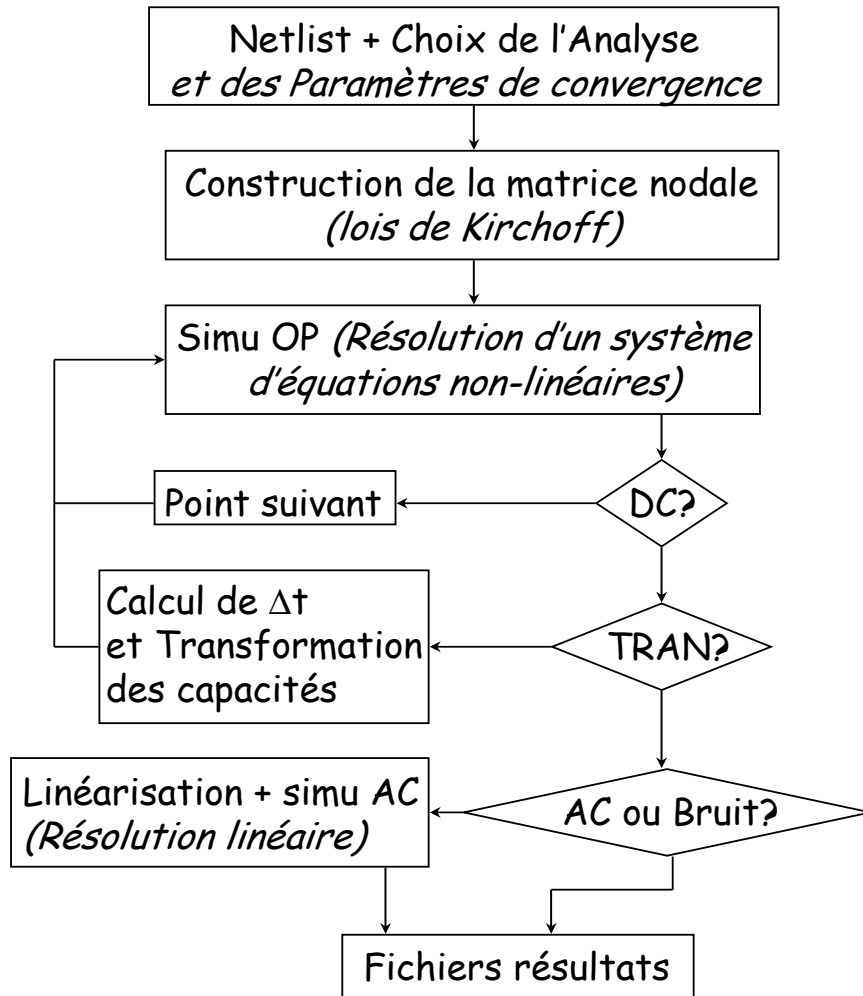
$$\text{Bruit ramené à l'entrée} = \frac{\overline{v_{out}^2}}{A_v^2}$$



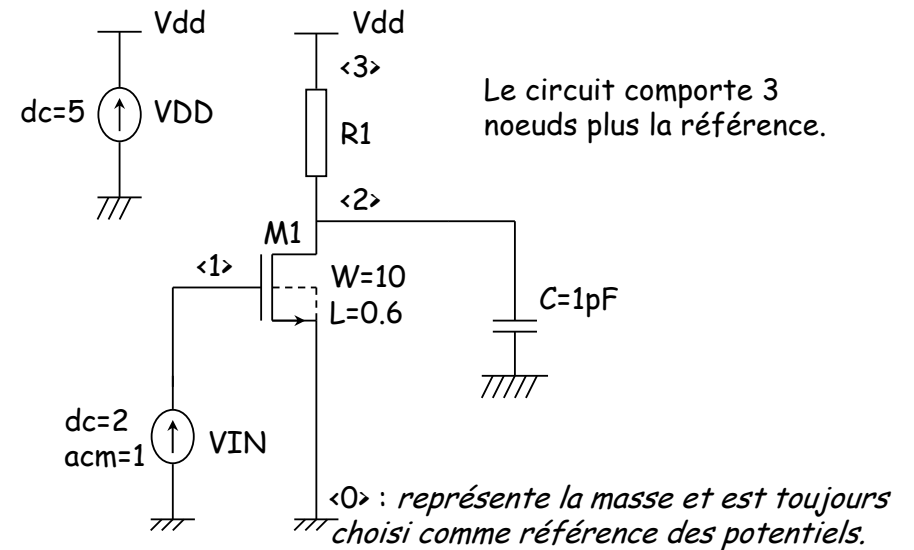
sources de bruit dans le TMOS



### I.3 Moteur de calcul



### Netlist SPICE



La netlist aura la forme suivante (à quelques différences de syntaxe près selon le simulateur utilisé):

```

M1 2 1 0 0 type=mosfet model=modn region=triode w=10 l=0.6
R1 2 3 1K
C1 2 0 1p
VIN 1 0 type=dc dc=2 acm=1
VDD 3 0 type=dc dc=5
.OP
.DC VIN 0 5 0.1
.AC DEC 10 1 1G
  
```



## I.4 Convergence des simulations

### I.4.1 Le problème de la convergence en DC

La convergence des simulations peut parfois poser problème car rien n'assure la convergence de la méthode de résolution du système d'équations non linéaires (en général méthode de Newton-Raphson), sauf si :

- 1) Le point de départ de la méthode itérative est suffisamment proche de la solution
- 2) Les modèles des composants sont continuellement différentiables pour pouvoir construire la matrice Jacobienne ( $J$ ) de la méthode de Newton-Raphson
- 3) La solution est unique ( $J$  non singulière!)

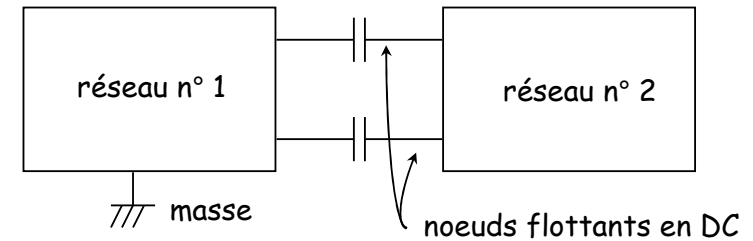
Le point de départ de la solution (point 1)) peut être fixé par l'utilisateur. Le point 2) est en général vérifié!

En revanche, le point 3) dépend :

- de la topologie du circuit
- des stimuli utilisés et du comportement des composants non-linéaires
- des modèles utilisés

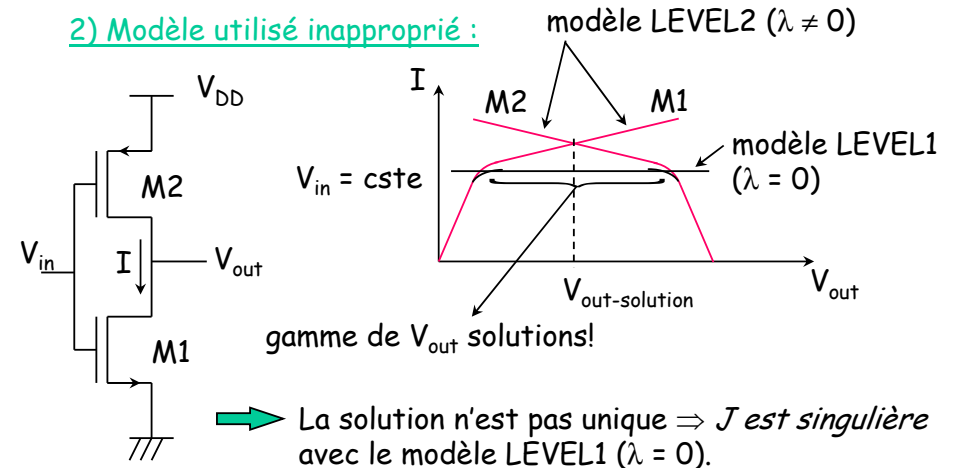
### Illustration de cas pouvant conduire à $J$ singulière :

#### 1) «Mauvaise» topologie de circuit :



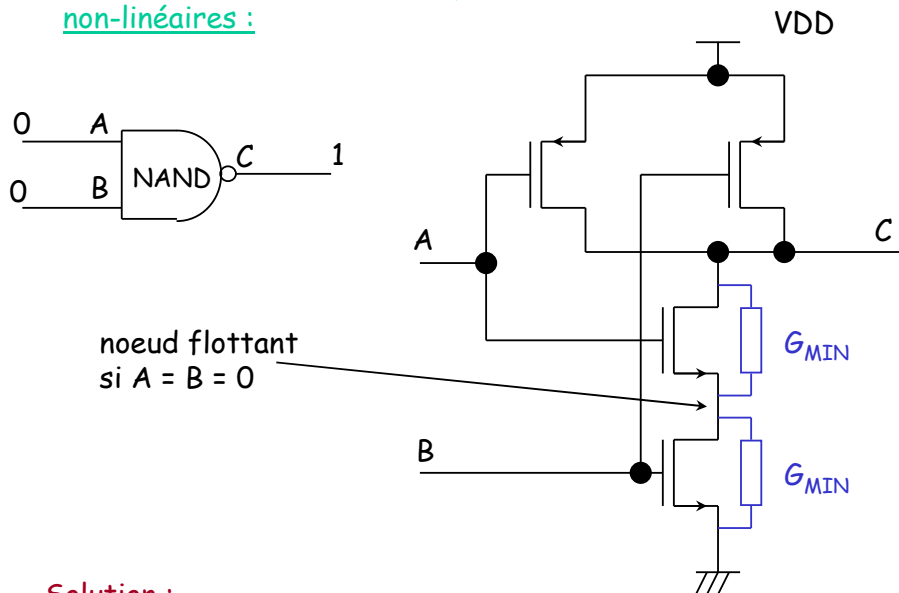
Les simulateurs SPICE incluent en général un «contrôleur» de topologie recherchant en particulier les noeuds sans chemin DC vers la masse. Si le cas se présente, l'erreur ainsi que le noeud impliqué sont indiqués à l'utilisateur.

#### 2) Modèle utilisé inapproprié :



Le simulateur ne détecte pas ce type de problème. Il se contente d'indiquer qu'il n'a pû converger  $\Rightarrow$  à l'utilisateur de choisir un modèle correct!

### 3) Stimuli DC utilisés et comportement des éléments non-linéaires :



#### Solution :

SPIICE résoud ce problème en ajoutant une conductance  $G_{MIN}$  ( $= 10^{-12} \Omega^{-1}$  par défaut) aux bornes de tout composant non linéaire.

N.B.:  $G_{MIN}$  doit être assez faible pour ne pas dégrader la précision des résultats.

### Autre problème pouvant conduire à une non convergence en DC :

Il faut absolument éviter d'utiliser de très petites résistances «flottantes» car on peut montrer que les critères de convergence peuvent n'être jamais satisfaits en dessous d'une certaine valeur de résistance (pour qu'ils soient satisfaits, on serait conduit à des précisions inférieures à la résolution de la machine!).

Ces résistances se rencontrent comme :

- résistances parasites des composants semiconducteur
- résistances utilisées en «ampère-mètre»

#### Remarques :

1) Au lieu d'utiliser des résistances comme «ampère-mètre», il faut utiliser une source de tension DC nulle. SPIICE calcule automatiquement le courant dans toute source de tension indépendante. Elle tient donc lieu d'ampère-mètre sans perturber le circuit!

2) Dans SPECTRE, les résistances parasites inférieures à une certaine valeur (contrôlée par MINR) sont automatiquement retirées lors d'une analyse DC. Néanmoins, s'il est indispensable de tenir compte des résistances parasites, il faut diminuer le critère de convergence absolue («abstol» dans SPIICE).

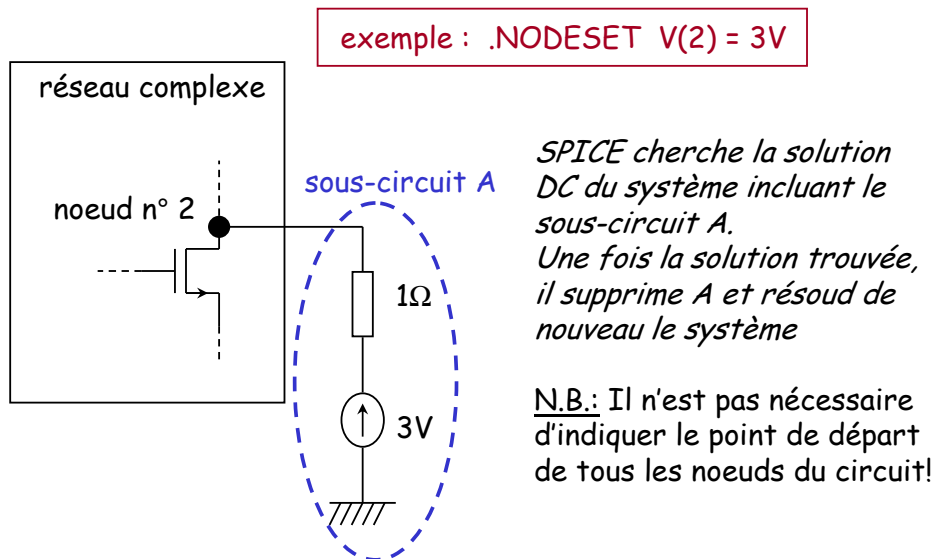
3) De très petites valeurs de résistance ( $1 \mu\Omega$ ) entraînent en général des matrices mal conditionnées, ce qui favorise aussi les problèmes de convergence.

### I.4.2 Solutions aux problèmes de convergence DC

Bien que les dernières versions de simulateurs circuit implémentent de plus en plus d'astuces pour éviter les problèmes de convergence en DC, l'utilisateur se trouve encore parfois confronté à ce problème, notamment lorsque le circuit atteint une taille non négligeable (> 50 éléments par exemple).

L'utilisateur peut alors

a) fournir lui même le point de départ au simulateur :



b) forcer la valeur d'un noeud (avec SPECTRE) :

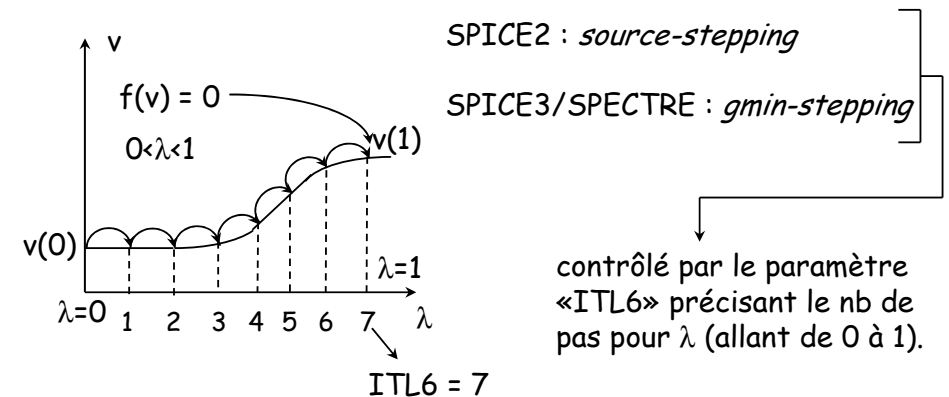
Même principe que le `.NODESET`, mais SPECTRE conserve la solution obtenue en incluant le sous-circuit A. Il ne résoud pas de nouveau le circuit!

c) utiliser la méthode de continuité (Continuation method) :

**Principe :**

On doit résoudre le système non-linéaire  $f(v) = f(v(\lambda), \lambda) = 0$ , où  $\lambda$  est un paramètre du système (par exemple la valeur de  $G_{MIN}$ ).

On fait alors varier pas-à-pas  $\lambda$ , d'une valeur où la solution du système est facile à obtenir jusqu'à la valeur finale correspondant au circuit réel ( $\lambda = G_{MIN} = 10^{-12} \Omega^{-1}$  par exemple) et pour laquelle la solution aurait été impossible à obtenir directement. La solution obtenue au pas «n-1» ( $\lambda_{n-1}$ ) est utilisée comme point de départ pour résoudre le système au pas «n».



### Source-stepping :

Les sources de tension et de courant sont toutes mises à 0 ( $\lambda=0$ ) puis incrémentées jusqu'à leur valeur finale ( $\lambda=1$ ).

### Gmin-stepping :

Une résistance nulle est placée en parallèle avec tous les éléments non-linéaires (transistors, diodes,...) puis sa valeur est incrémentée jusqu'à la valeur finale  $1/G_{\text{MIN}} = 10^{-12} \Omega$  (valeur par défaut).

### • Récapitulation des remèdes à appliquer lorsqu'un problème de convergence DC se pose :

- 1) Résoudre les problèmes de topologie (un «warning» est généralement donné concernant les noeuds sans chemin DC jusqu'à la masse)
- 2) Vérifier que les paramètres de modèle soient dans des gammes de valeurs correctes. Spectre le contrôle automatiquement si l'option «+param» est validée!
- 3) Eliminer les résistances flottantes de faibles valeurs.
- 4) Utiliser NODESET pour fixer le point de départ de «Newton-Raphson» sur les noeuds soupçonnés délicats. En général, le dimensionnement manuel préliminaire permet de connaître les points de polarisation!
- 5) Forcer un noeud (avec Spectre) le cas échéant

6) Utiliser la méthode de continuité en précisant une valeur non nulle pour ITL6 (SPICE2).

7) Augmenter ITL1, nombre d'itérations maximum lors du calcul du point de polarisation, et ITL2, nombre d'itérations maximum lors d'une analyse DC (SPICE2).

8) Augmenter  $G_{\text{MIN}}$  ( $10^{-12} \Omega^{-1}$  par défaut). Attention de ne pas trop perturber le circuit d'origine!

9) Définir la région de fonctionnement des transistors sensibles (OFF ou ON)

10) En cas de difficultés de convergence au cours d'une analyse DC, diminuer le pas de l'analyse

11) Jouer sur les critères de convergence «abstol», «reltol».

12) Diviser le circuit en sous-circuits simulables. Déterminer pour chaque sous-circuit son point de polarisation. Puis utiliser ces points de polarisation précédents comme «NODESET» sur le circuit complet.

### I.5 Précision des résultats

Elle est affectée par trois points

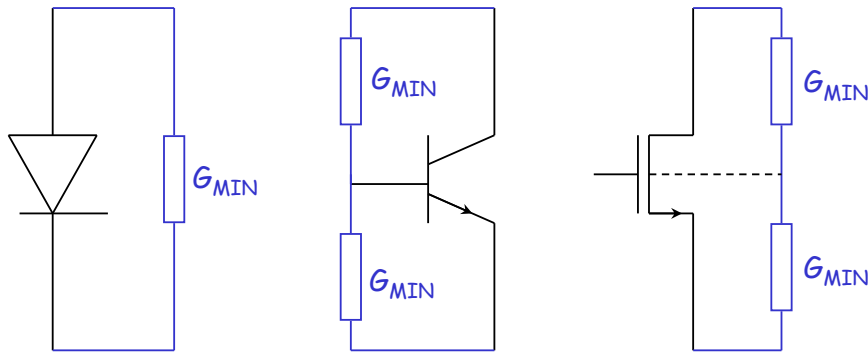
- la précision des modèles
- $G_{\text{MIN}}$
- les critères de convergence

### I.5.1 Précision des modèles

Plus le modèle est proche de la réalité, plus le résultat sera précis. Attention, si le modèle inclue des résistances de très faibles valeurs, des problèmes de convergence peuvent apparaître!

### I.5.2 $G_{MIN}$ conductance minimale

Aux bornes de tout élément non linéaire, les simulateurs circuits introduisent des conductances  $G_{MIN}$  pour des raisons de convergence (cf. § IV).



La valeur par défaut usuelle,  $G_{MIN} = 10^{-12} \Omega^{-1}$  n'introduit pas d'erreur appréciable, sauf par exemple dans le cas de circuits à capacités commutées où les capacités doivent souvent «tenir» la tension sur une «longue» période de temps. Dans ce cas, essayer de mettre  $G_{MIN}$  à 0, en espérant que le .OP convergera!

### I.5.3 Critères de convergence

#### 1) Méthode numérique de résolution :

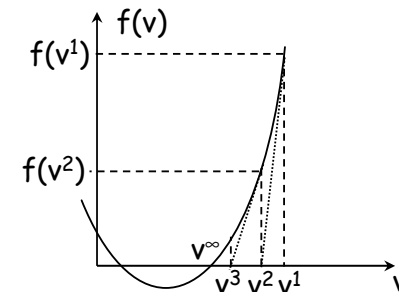
Les simulateurs circuits usuels formulent les lois de Kirchhoff sous forme matricielle. On peut montrer que le jeu minimum d'inconnues peut se réduire aux potentiels des noeuds du circuit (exceptée la masse - c'est la référence!) associés aux courants dans les sources de tension. Ainsi, pour traduire le fonctionnement électrique du circuit, il suffit d'écrire la loi de Kirchhoff sur les courants :

$$\sum_{\text{noeud}} \text{courants} = 0$$

qui se traduit par un système de  $n$  équations non linéaires à  $n$  inconnues  $v_i$  (par souci de simplification, on appelle aussi  $v_i$  le courant dans une source de tension!):

$$f(v) = 0 \quad \text{où } v \text{ est un vecteur de dimension } n$$

Le nombre  $n$  est égal au nombre de noeuds du circuit plus le nombre de source de tension. A une dimension ( $n=1$ ), la méthode de résolution (Newton-Raphson) s'illustre ainsi :



La solution n'aura convergé qu'après une infinité d'itérations!

➡ Il faut trouver des critères d'arrêt ou critères de convergence

## 2) Critères de convergence :

Le simulateur considère qu'il a convergé si les deux critères suivants sont vérifiés simultanément :

### a) Critère sur le résidu (Residue Convergence Criterion - RCC) :

$$|f_i(v^{(k)})| < reltol \cdot f_{i_{\max}} + abstol$$

avec  $f_{i_{\max}} = \max(|\text{courants entrant au noeud } i|)$

Par défaut :

$$reltol = 0,1\% \quad \text{et} \quad abstol = 1pA$$

N.B.: «abstol» est appelé «iabstol» dans Spectre.

### b) Critère sur l'itération (Update Convergence Criterion - UCC) :

$$|v_i^{(k+1)} - v_i^{(k)}| < reltol \cdot V_{i_{\max}} + vntol \quad \text{avec} \quad V_{i_{\max}} = \max(|v_i^{(k)}|, |v_i^{(k+1)}|)$$

Par défaut :

$$reltol = 0,1\% \quad \text{et} \quad vntol = 1\mu V$$

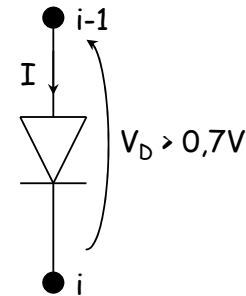
N.B.: «vntol» est appelé «vabstol» dans Spectre.

### Remarques :

1) Le critère relatif (reltol) permet de s'affranchir de la valeur absolue du potentiel au noeud (ou des courants entrant). Ainsi, on peut simuler des circuits à potentiels (et/ou courants) élevés ou faibles, sans avoir à ajuster le critère de convergence.

2) Le critère de convergence absolu (vntol ou abstol) permet au simulateur de converger même pour des potentiels (ou courants) très faibles. S'il n'existait pas, le critère à vérifier «retol.V<sub>i<sub>max</sub></sub>» serait si faible (pour des V<sub>i<sub>max</sub></sub> très faibles) qu'il engendrerait un nombre d'itérations trop grand, ou une impossibilité de converger en raison de la résolution minimale de la machine.

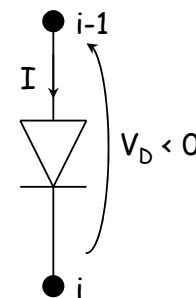
3) Le critère sur l'itération est important lorsque l'impédance au noeud i est faible :



Une très faible variation de V<sub>D</sub> engendre une très grande variation du courant I entrant au noeud i

➡ Le UCC sera vérifié au noeud i mais pas le RCC.

4) Le critère sur le résidu est important lorsque l'impédance au noeud i est faible :



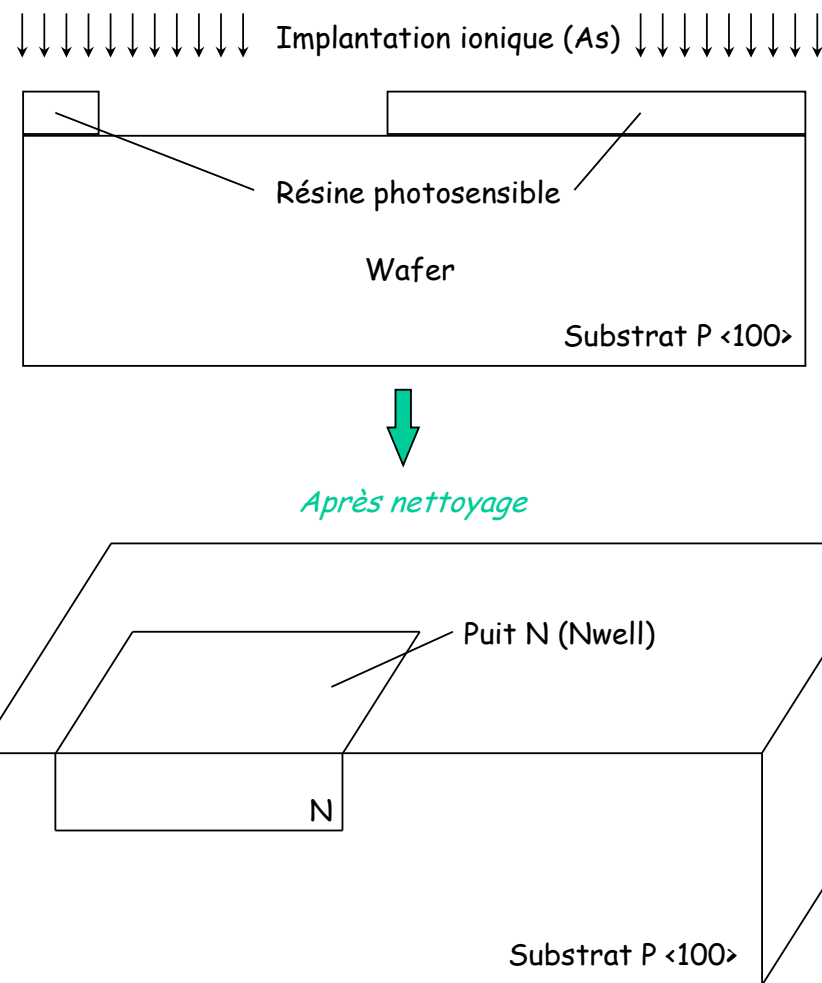
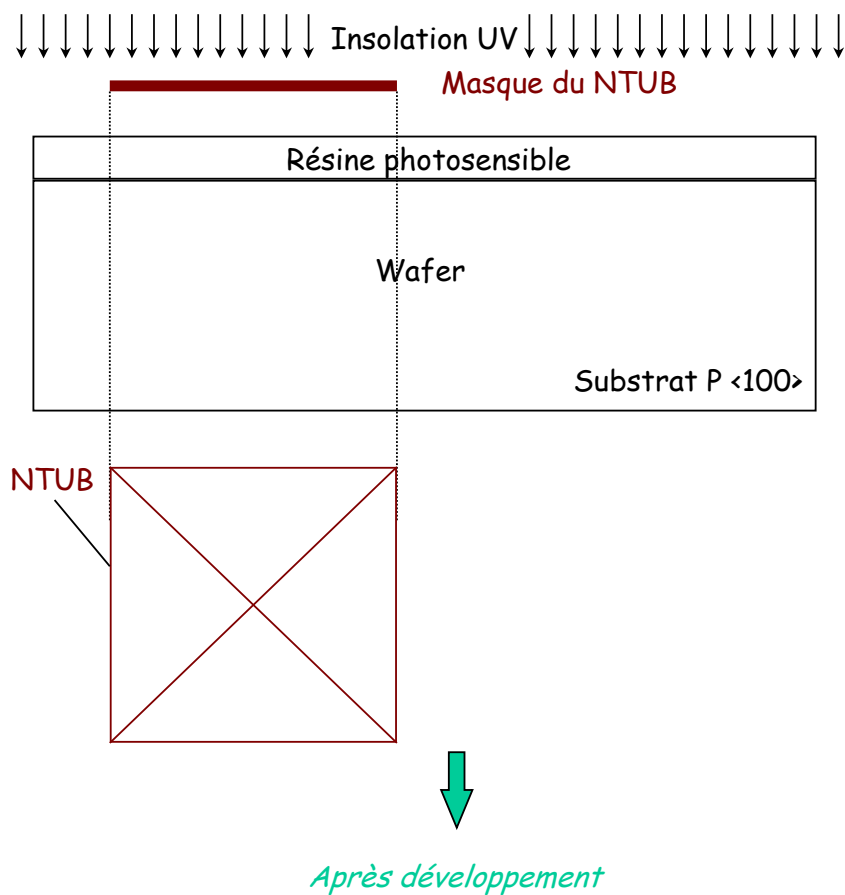
Pour une grande gamme de V<sub>D</sub> < 0, I ne change pratiquement pas.

➡ Le RCC sera vérifié au noeud i alors que l'UCC peut ne pas l'être.

suite

## II Dessin des masques en analogique

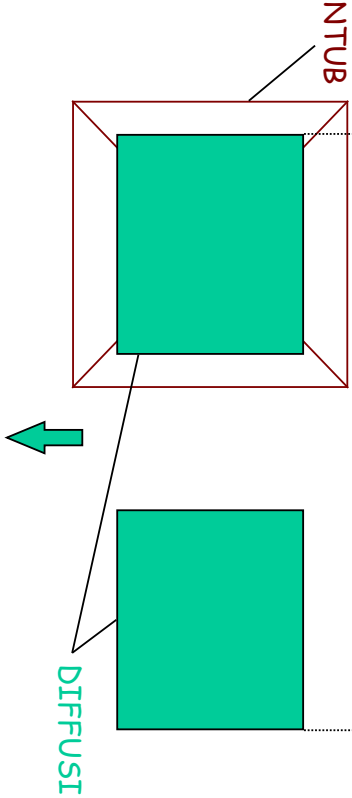
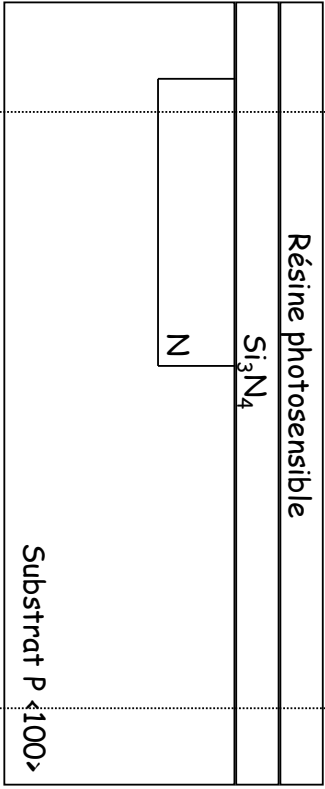
### II.1 Technologie CMOS :



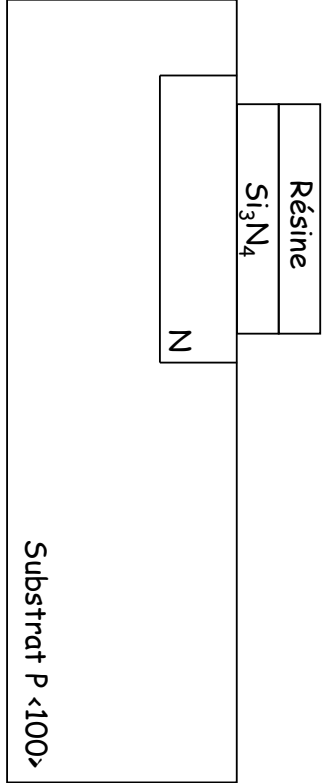


Dépôt de nitrure de silicium + résine photosensible

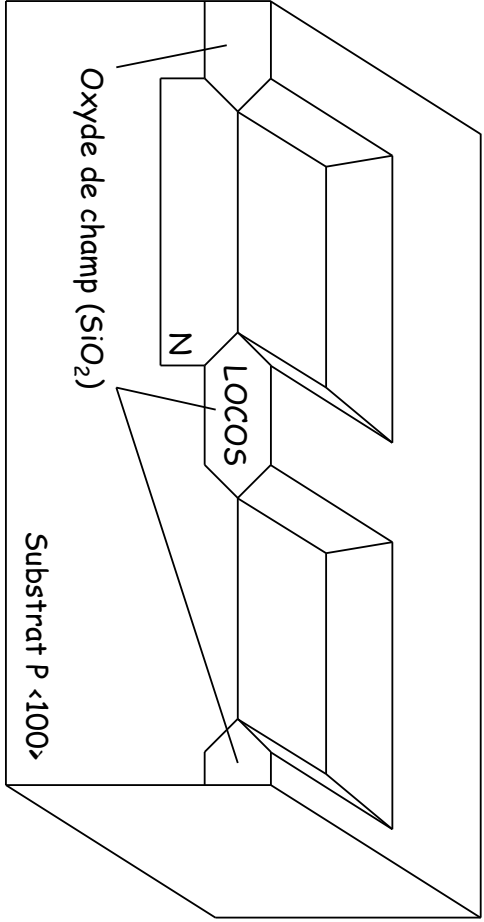
Masque de diffusion (zones actives)



Après développement et gravure du  $\text{Si}_3\text{N}_4$



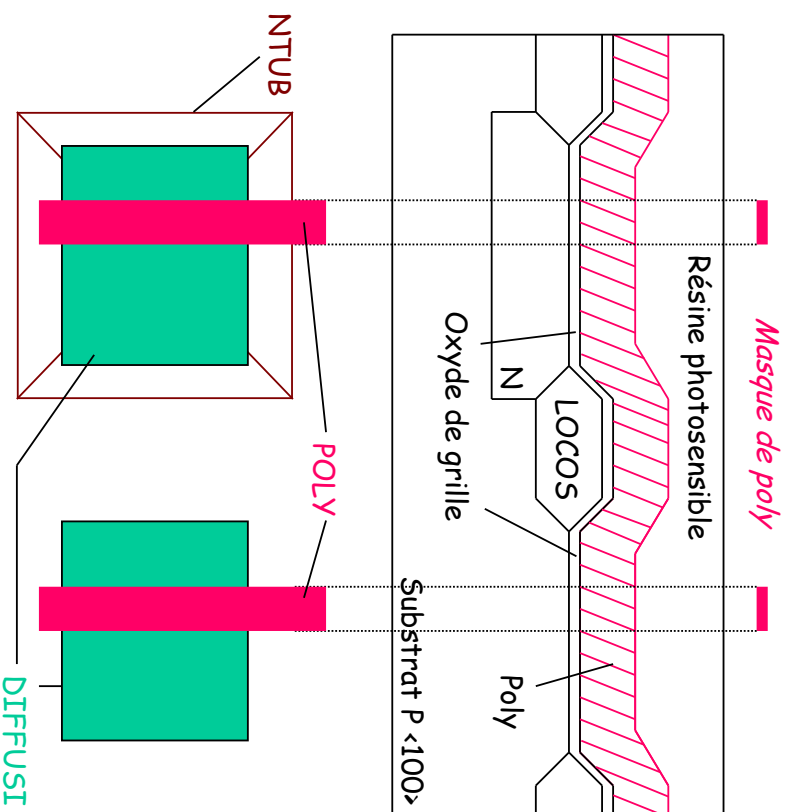
Après oxydation thermique humide + Nettoyage



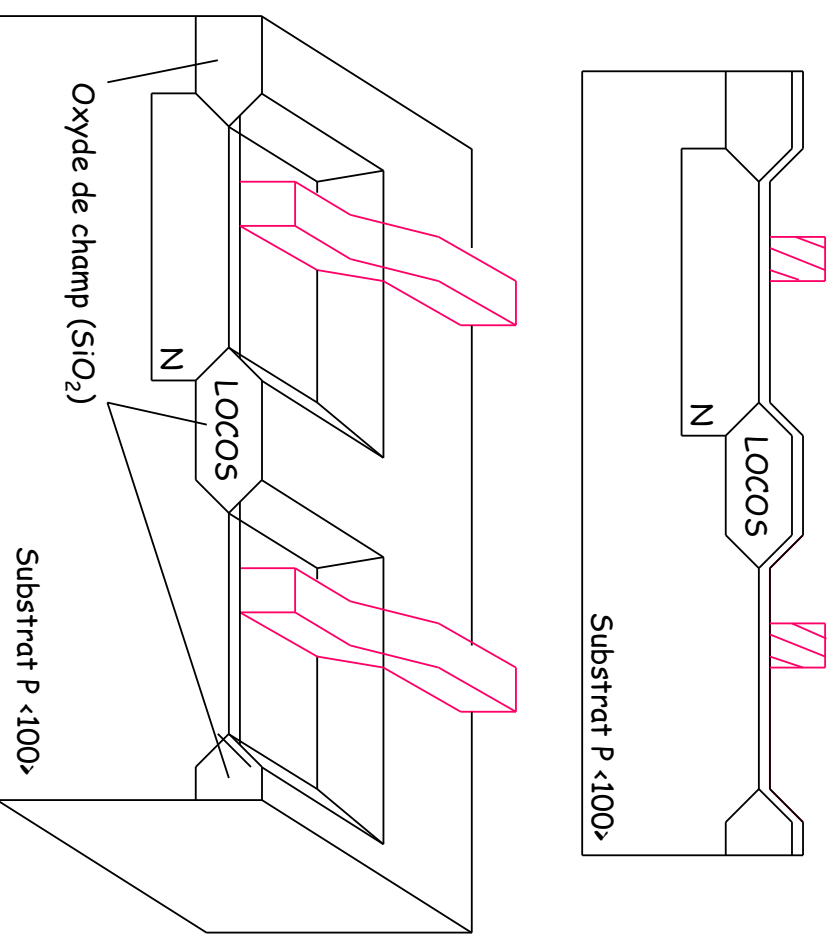


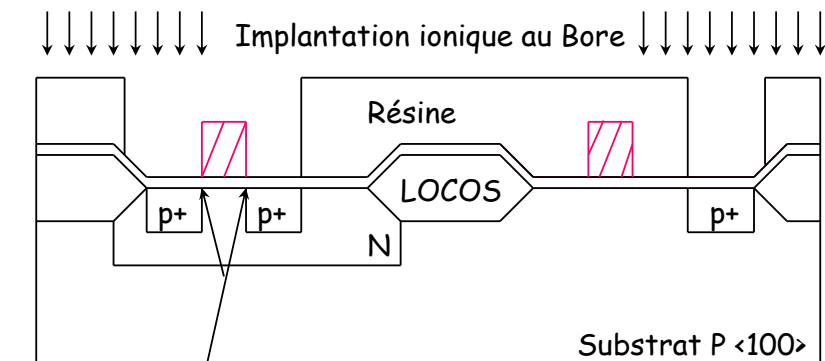
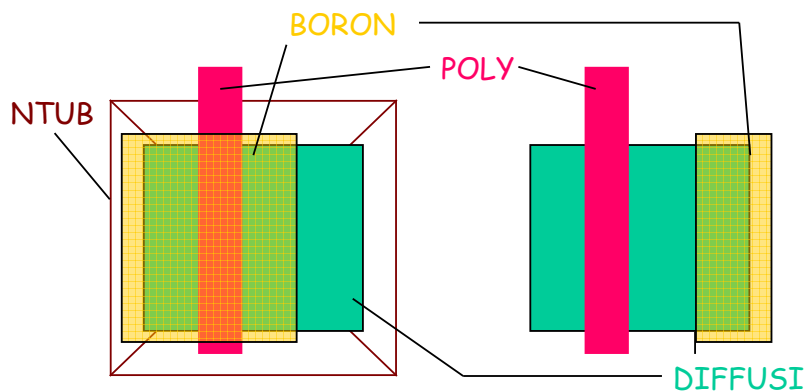
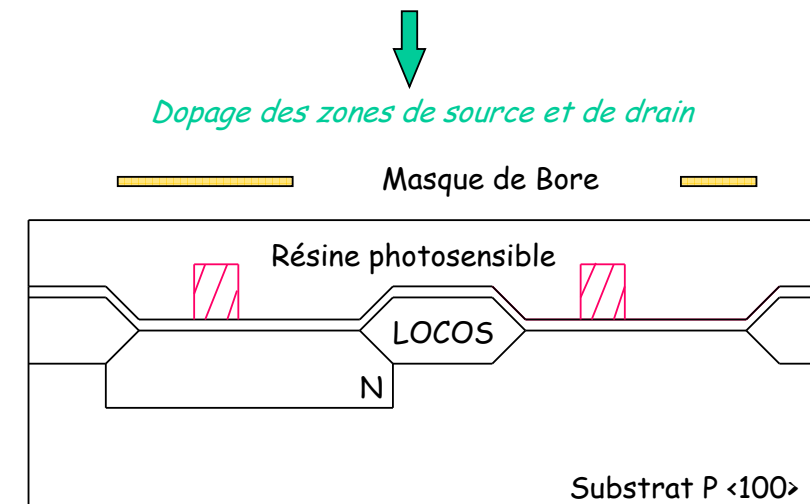


Oxydation thermique sèche (croissance de l'oxyde de grille)  
Dépôt de polysilicium (sur toute la surface du wafer)  
Résine photosensible + Masque de poly  
Insolation UV



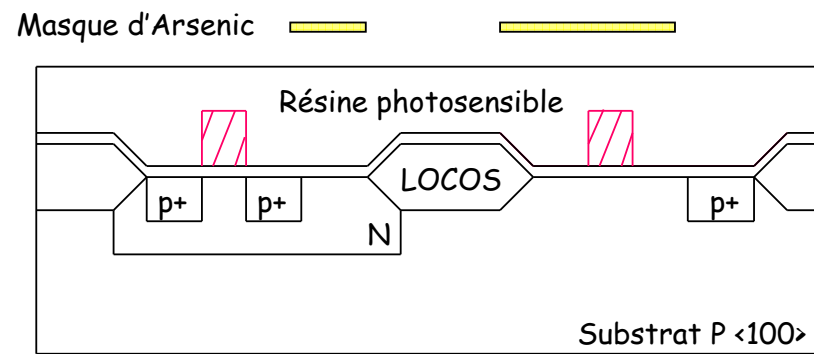
Après développement et gravure



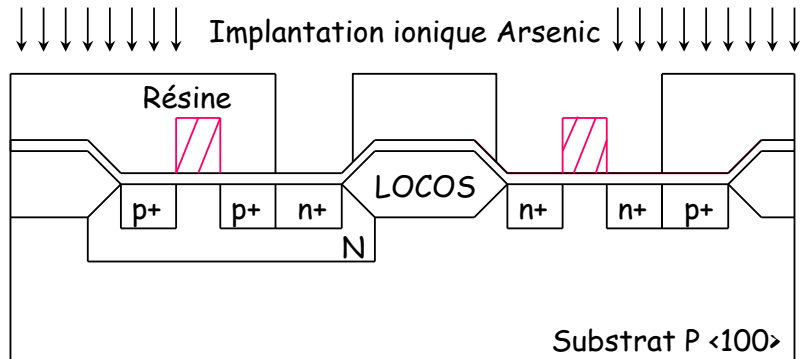


Autoalignement des  
zones de source et  
de drain

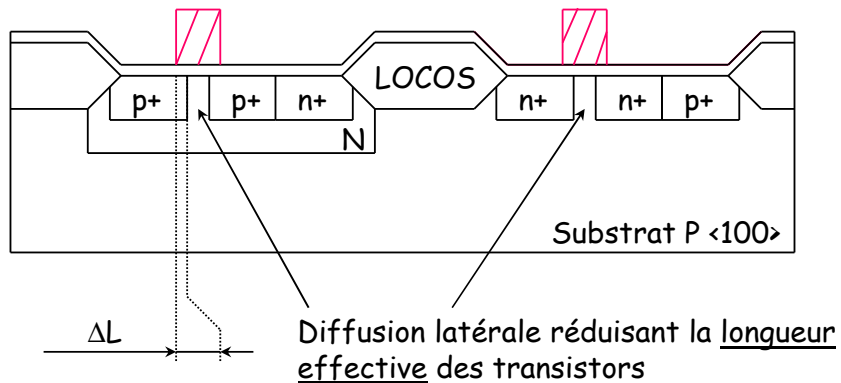
*Dopage n+ (Arsenic)*



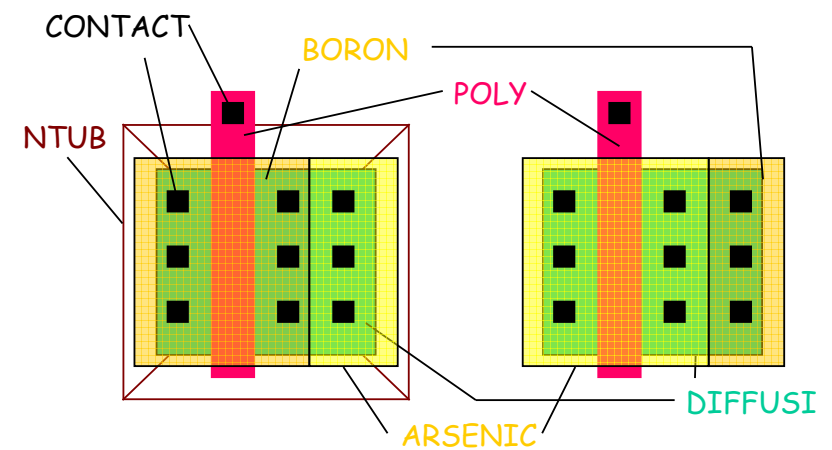
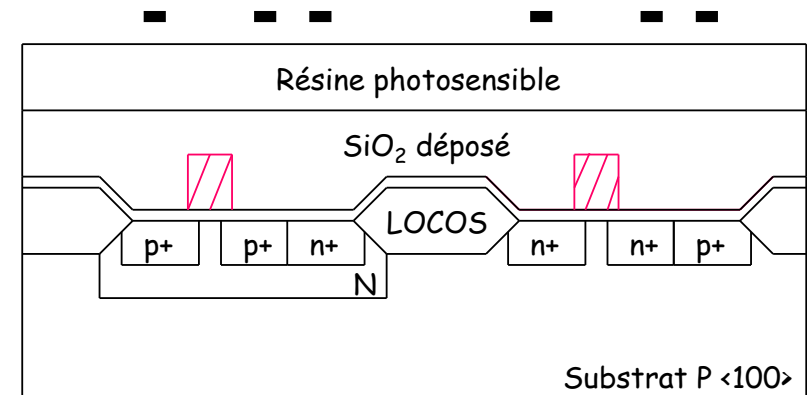
*Après développement*



Après nettoyage et recuit de cristallisation

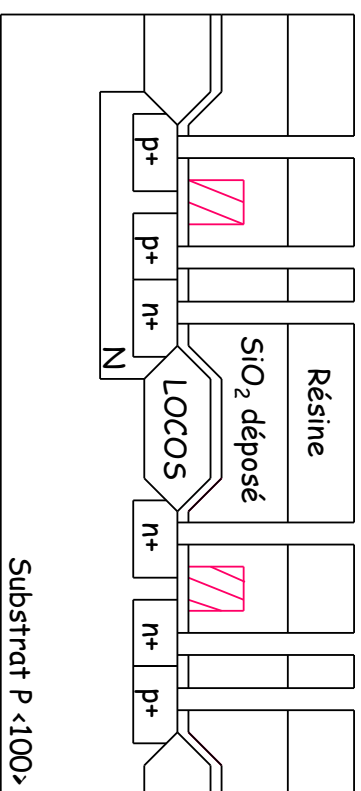


Dépôt d'oxyde et masque des contacts

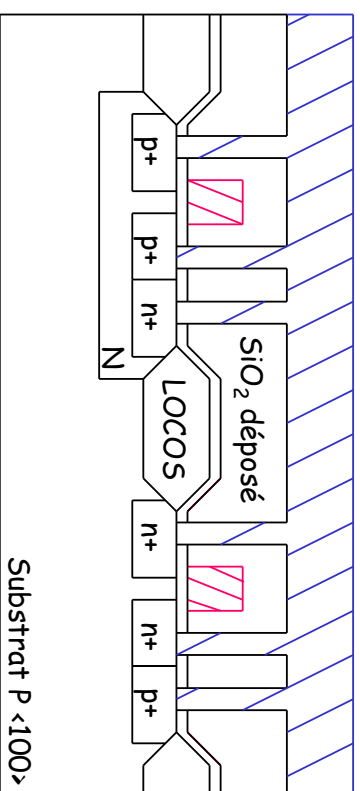




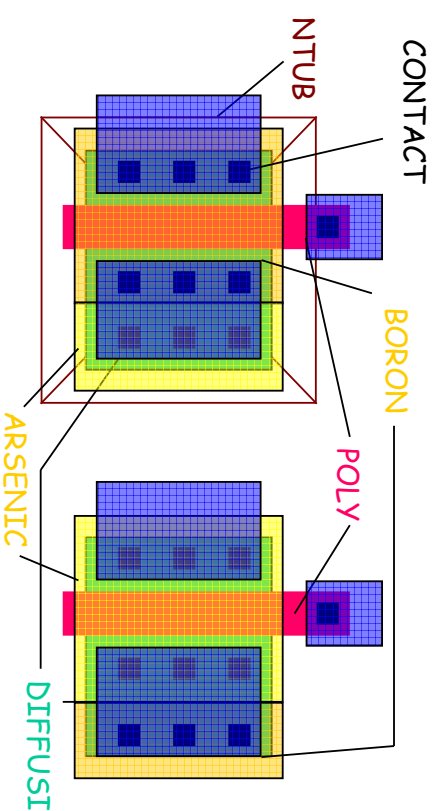
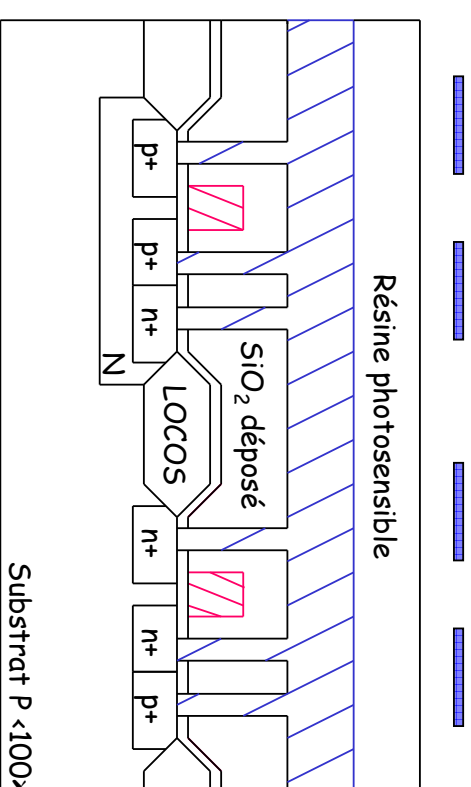
Après lithographie et gravure du  $\text{SiO}_2$



Nettoyage de la résine et dépôt de métal

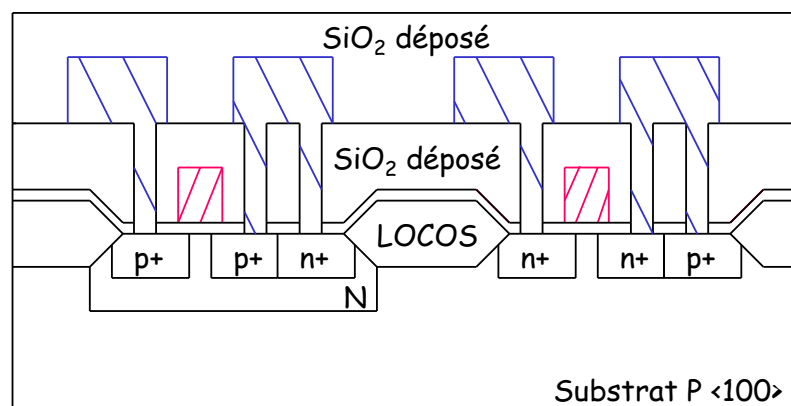


Masque Métal 1





Après gravure puis dépôt de  $\text{SiO}_2$



Les étapes de fabrication continuent ainsi jusqu'à déposition de toutes les couches de métal et diélectrique.

Remarques :

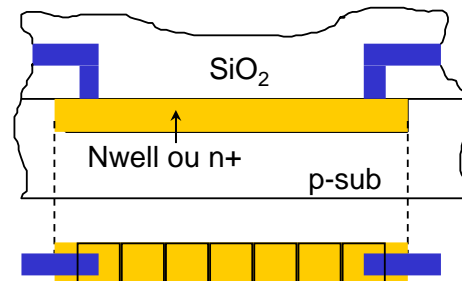
1) Les technos digitales submicroniques actuelles ( $0.25\mu\text{m}$ ,  $0.18\mu\text{m}$ ) contiennent jusqu'à 5 à 6 niveaux de métallisation

2) Les technos orientées circuits à signaux mixtes, analogique et digital, contiennent en général deux niveaux de polysilicium pour la réalisation de capacités. L'oxyde entre les deux polys est parfaitement contrôlé (épaisseur et qualité) afin d'obtenir de bonnes capacités. On a souvent la possibilité de masquer le ou les niveaux de poly afin d'obtenir des couches haute résistivité pour la réalisation de résistances de grandes valeurs.

## II.2 Éléments intégrables en technologie CMOS

### II.2.1 Résistances :

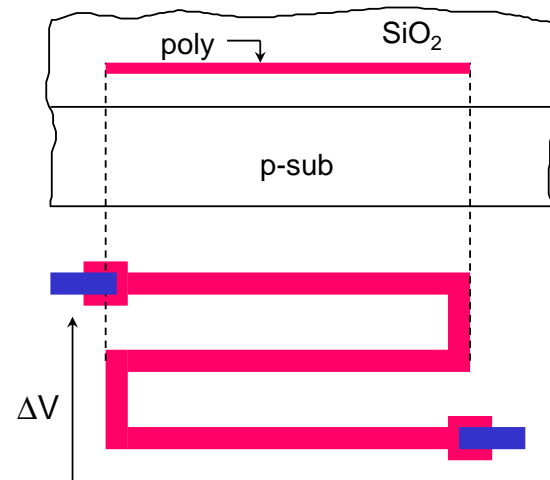
#### Résistance «diffusée»



	$R_{\text{carré}}$
Nwell	$\approx 2K\Omega$
n+	$\approx 25\Omega$
p+	$\approx 40\Omega$

$\rightarrow R = 7 \times R_{\text{carré}}$

#### Résistance en polysilicium



NB.: Peu sensible à  $T$  (température) et  $\Delta V$  contrairement aux résistances diffusées

➔ Contrôle de la valeur absolue d'une résistance difficile mais appairage « facile » :

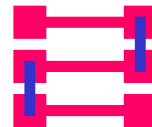
### Contrôle de la valeur absolue

➔ Eviter les dimensions minimales

➔ Eviter les courbures :



mauvais



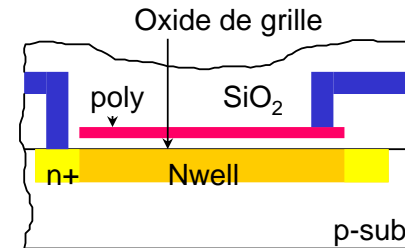
meilleurs

### Appairage

- ➔ Même structure!
- ➔ Même température
- ➔ Même forme, même taille
- ➔ Séparation minimale
- ➔ Même orientation
- ➔ Même voisinage
- ➔ Dimensions non minimales

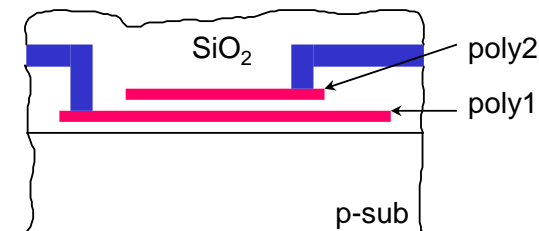
## II.2.2 Capacités :

### Capacité poly-diffusion



- ➔ Seule capacité réalisable avec techno CMOS digitale
- ➔ Pb de résistance d'accès (Nwell)

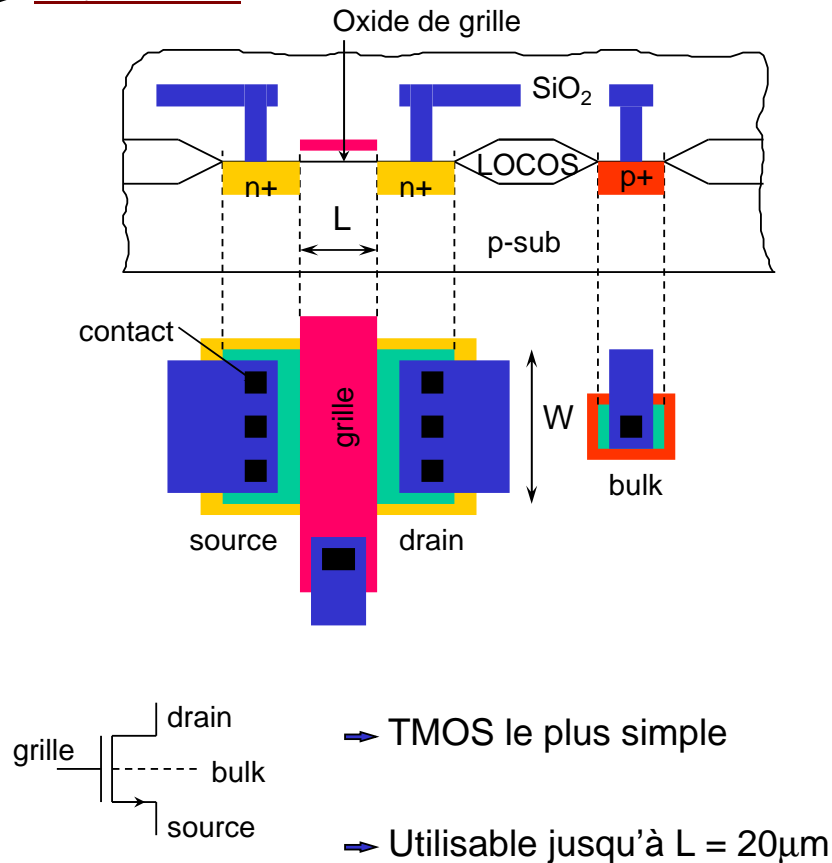
### Capacité poly1-poly2



- ➔ Très bonnes capacités
- ➔ Valeur absolue mal contrôlée mais bon appairage
- ➔ Pas de poly2 dans les technos digitales classiques

### II.2.3 Transistors MOS :

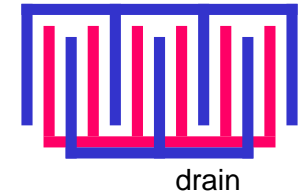
#### → En forme de I



#### → Autres formes en fonction de la forme de la grille

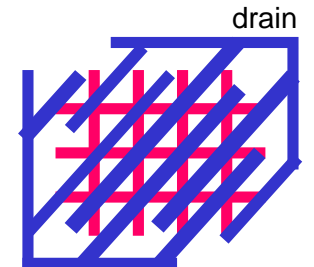
##### TMOS interdigité (pour $W$ grand)

Attention aux densités de courant dans les pistes de métallisation



##### TMOS en forme de graufre

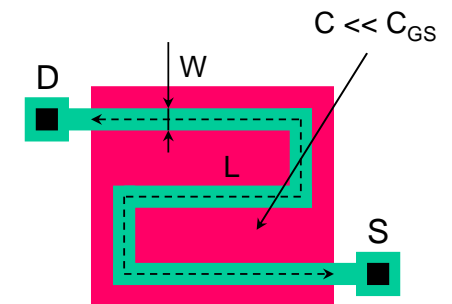
$C_{DB}$  et  $C_{SB}$  minimales  
Densités de courant!



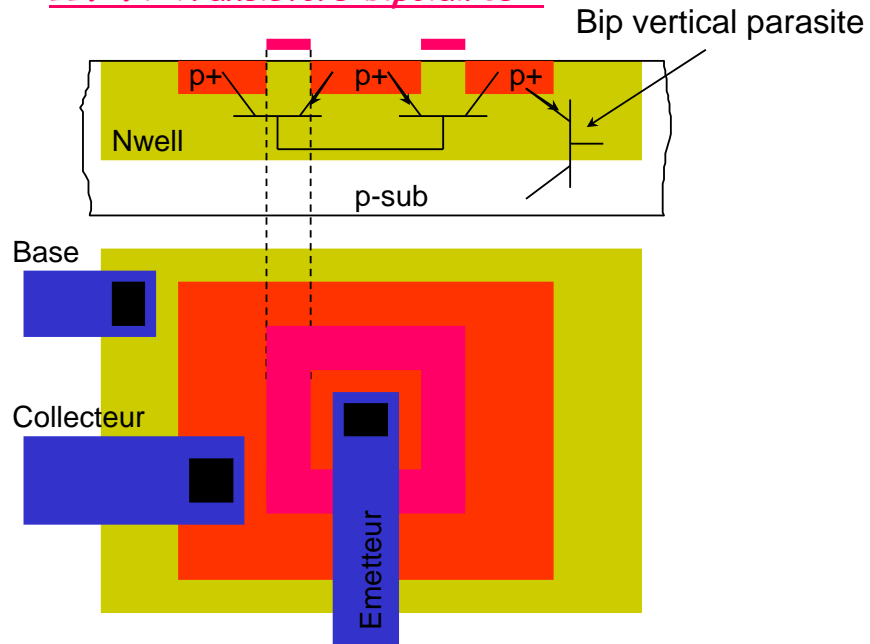
##### TMOS en serpentín

Transistor long ( $L$  grand) mais compact

Int. pour  $R$  grande et commandable



## II.2.4 Transistors bipolaires :



- ➡ Pour le bipolaire latérale, E,B et C peuvent être connectés à n'importe quel potentiel
- ➡ Le collecteur du bipolaire vertical doit toujours être relié au potentiel du substrat (potentiel le plus bas)
- ➡ Le bipolaire vertical possède généralement des caractéristiques supérieures au latéral!